

GIOVANNI CONSOLATI

APPUNTI DI ACUSTICA

A tutt'oggi manca un testo italiano introduttivo all'Acustica che sia comprensivo sia dei fondamenti fisici, sia di alcune applicazioni. Infatti, nei testi di Fisica Generale si trovano ottime discussioni sulle onde elastiche, ma mancano argomenti quali l'acustica architettonica o il disturbo da rumore, che viceversa sono d'interesse per gli studenti d'ingegneria civile. D'altro canto, i testi di Acustica applicata spesso danno per scontati i fenomeni fisici e sono quindi di difficile comprensione per coloro i quali affrontano l'argomento per la prima volta. Questo è il motivo per cui ho scritto queste note, che non hanno alcuna pretesa di originalità; mi sono infatti largamente servito dei testi che ho citato nella bibliografia, e ai quali rimando per approfondimenti.

Ho suddiviso il materiale in due capitoli, il primo dei quali riassume i fenomeni fisici che sono alla base delle nostre percezioni sonore; il secondo prende in esame alcuni aspetti dell'Acustica (l'udito e la fonometria, i materiali fonoassorbenti, l'acustica degli ambienti e il disturbo da rumore) che si prestano a una discussione elementare. Sono stati esclusi argomenti importanti (quali la strumentazione per misure acustiche, le impedenze acustiche e la trasmissione del suono attraverso le strutture) ma più specifici e che possono trovare posto in un corso più avanzato.

Sono conscio di una grave carenza: la mancanza di esercizi. La necessità di rendere disponibili le note prima dell'inizio del corso non mi ha dato il tempo di inserirli. Mi riprometto di farlo in un futuro aggiornamento.

Ringrazio in anticipo quanti vorranno segnalarmi refusi, errori o carenze, dei quali mi assumo in pieno la responsabilità.

Milano, 14 Novembre 2002

Giovanni Consolati

Indice

Cap. 1 – Elementi di acustica fisica

1.1 – Generalità sulle onde	p. 3
1.2 – L'equazione delle onde	p. 4
1.3 – Onde su una corda tesa	p. 4
1.4 – Onde sonore in un gas	p. 6
1.5 – Onde piane armoniche	p. 9
1.6 Teorema di Fourier sulle funzioni periodiche	p. 10
1.7 – Intensità delle onde sonore	p. 14
1.8 - Onde sferiche	p. 15
1.9 – Assorbimento di onde sonore	p.16
1.10 – Interferenza	p.17
1.11 – Battimenti	p.18
1.12 – Riflessione di onde sonore	p.19
1.13 – Onde stazionarie	p. 20
1.14 – Diffrazione di onde sonore	p. 23
1.15 – L'effetto Doppler	p. 24

Cap. 2 – Elementi di acustica applicata

2.1 – L'orecchio umano	p. 27
2.2 – La scala dei decibel	p. 29
2.3 – Fonometria	
2.3.1 – Le curve isofoniche e la scala dei phon	p. 31
2.3.2 – Fonometri	p. 33
2.3.3 – Effetti sul sistema uditivo di alte sonorità	p. 34
2.4 – Materiali fonoassorbenti	p. 34
2.5 – Acustica degli ambienti	
2.5.1 – Generalità	p. 35
2.5.2 – Criteri di progettazione di una sala	p. 39
2.5.3 – Acustica di piccoli ambienti	p. 41
2.5.4 – Camere acustiche speciali	p. 42
2.6 – Barriere acustiche	p. 43
2.7 – Il disturbo da rumore	
2.6.1 – Generalità	p. 44
2.6.2 – Il livello sonoro ponderato A	p. 44
2.6.3 – Il livello equivalente continuo	p. 45
2.6.4 – Limiti di tollerabilità	p. 46

Bibliografia	p. 47
--------------	-------

Capitolo 1 – Elementi di acustica fisica

1.1 Generalità sulle onde

Un' *onda* è una perturbazione, periodica o impulsiva, che si propaga con una definita velocità. Le onde originano da una *sorgente* che produce la perturbazione.

Esistono molti tipi di onde: onde di origine *meccanica*, come le onde *elastiche* (ad es. onde sonore in un gas), o come le onde *sismiche* generate nei terremoti, o le onde sulla *superficie di un liquido*. Tutti questi tipi di onde si possono propagare solo in presenza di un mezzo e sono generate dalla vibrazione di una sorgente che mette in moto le particelle del mezzo circostante. Ci sono poi le onde *elettromagnetiche*, generate da un moto di cariche elettriche; esse non hanno bisogno, per la loro propagazione, del supporto di un mezzo, ma possono propagarsi anche nel vuoto.

Sebbene l'onda si propaghi in un mezzo non si ha trasporto netto di materia: gli atomi o le molecole del mezzo vengono posti in movimento ed oscillano attorno a delle posizioni di equilibrio. L'onda trasporta invece *quantità di moto ed energia*.

L'onda viene descritta come la perturbazione, rispetto alla configurazione di equilibrio, di un *campo* opportuno; il campo può avere carattere *scalare* (ad es. campo di pressione per le onde sonore), o *vettoriale* (p.es. campo elettromagnetico per le onde elettromagnetiche). Descriviamo la perturbazione del campo con una funzione delle coordinate spaziali x, y, z , e del tempo t : $\xi(x, y, z, t)$. Tale funzione può essere *periodica*, oppure *impulsiva*. Se comunque deve rendere conto di un fenomeno che si sposta con velocità v , occorre che le coordinate spaziali e temporali soddisfino a una condizione opportuna. Consideriamo per semplicità un'onda che si propaghi solo in una direzione (x): dunque $\xi(x, t)$ descrive il 'profilo' dell'onda e ad un istante fissato t_1 e nel punto di ascissa x_1 il campo ha il valore $\xi_1 = \xi(x_1, t_1)$. Se l'onda si propaga nel verso positivo dell'asse delle x (onda *progressiva*), ad un istante successivo $t_2 > t_1$ (figura 1) ritroveremo il valore ξ_1 in una posizione x_2 tale per cui: $x_2 = x_1 + v(t_2 - t_1)$. Se dunque dev'essere $\xi_1 = \xi(x_2, t_2)$ occorre che l'argomento della funzione sia del tipo: $x - vt$. Infatti in questo caso: $\xi(x_2, t_2) = \xi[x_1 + v(t_2 - t_1) - vt_2] = \xi(x_1 - vt_1) = \xi_1$ e ritroviamo il valore ξ_1 all'istante t_2 in corrispondenza ad un valore dell'ascissa spostato verso destra, come ci si aspetta in un fenomeno di propagazione.

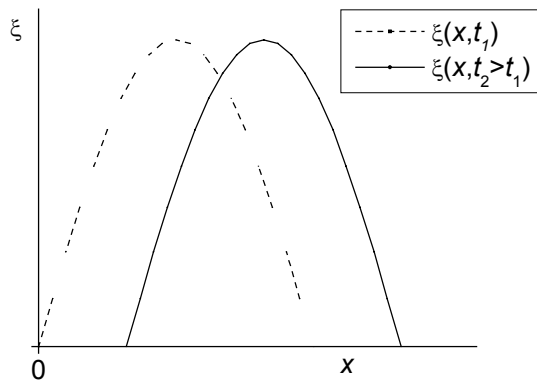


Figura 1

Anche un argomento del tipo $x + vt$ nell'espressione della funzione $\xi(x, t)$ descrive un'onda, che tuttavia si propaga nel verso negativo dell'asse delle ascisse, come si riconosce immediatamente (onda regressiva).

In conclusione, *qualunque funzione* del tipo $\xi(x \pm vt)$ descrive un'onda che si propaga con velocità v lungo l'asse delle x , in un verso o in quello opposto, *senza deformarsi*. Tali onde sono dette *piane* (vedremo più avanti il perché di tale denominazione).

1.2 L'equazione delle onde

Vediamo a quale equazione soddisfa una funzione del tipo $\xi(x \pm vt)$. Deriviamo due volte rispetto alla variabile x :

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \xi'; \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \xi''$$

Deriviamo due volte rispetto al tempo:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \pm v \xi'; \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \xi'' = v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

Dunque, vale l'equazione:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

detta appunto *equazione delle onde* o di *D'Alembert*. In tre dimensioni si ottiene:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

L'equazione è *omogenea* (manca il termine noto) e *lineare* (la funzione ξ compare, attraverso le sue derivate, solo alla prima potenza). Questo implica che, se ξ_1 e ξ_2 sono due possibili soluzioni dell'equazione, lo è anche una loro combinazione lineare: $\alpha \xi_1 + \beta \xi_2$, con α, β coefficienti (principio di sovrapposizione). Fisicamente significa che due o più onde possono attraversare lo stesso spazio contemporaneamente senza influenzarsi reciprocamente. P. es. voci di persone diverse che parlano contemporaneamente nello stesso luogo continuano ad essere riconoscibili come se ciascuna di esse fosse presente da sola.

In presenza di onde di grande ampiezza il principio di sovrapposizione non vale più ed altre equazioni sostituiscono la (1) o la (2). Casi del genere si presentano in onde impulsive prodotte da esplosioni, oppure onde sulla superficie dell'acqua generate da terremoti (tsunami).

1.3 Onde su una corda tesa

Consideriamo una corda tesa lungo l'asse delle x e spostiamola *di poco* dalla sua posizione di equilibrio. Sia $\xi(x, t)$ la funzione che descrive lo spostamento; mostriamo che soddisfa alla (1). Sia dl un elementino di corda sottoposto ai suoi estremi alla tensione T , la quale forma con l'asse x gli angoli α e α' (figura 2).

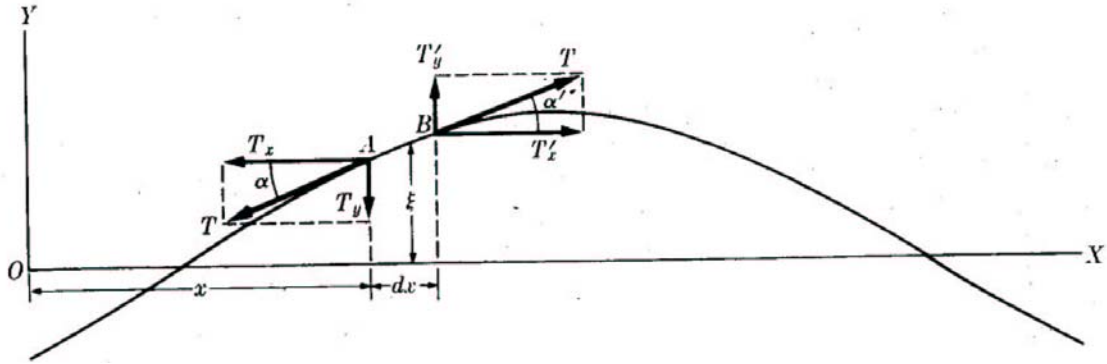


Figura 2 [1]

Le componenti della forza sono:

$$F_x = T(\cos \alpha' - \cos \alpha);$$

$$F_y = T(\sin \alpha' - \sin \alpha).$$

α e α' sono piccoli, per l'ipotesi di piccole perturbazioni, per cui: $\cos \alpha \cong \cos \alpha' \cong 1$, $\sin \alpha' - \sin \alpha \cong \tan \alpha' - \tan \alpha \cong \frac{\partial \tan \alpha}{\partial x} dx$. Quindi $F_x = 0$, mentre:

$$F_y = T \frac{\partial \tan \alpha}{\partial x} dx.$$

Ma $\tan \alpha = \frac{\partial \xi}{\partial x}$, per cui

$$F_y = T \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx.$$

Uguagliamo la forza così ottenuta al prodotto della massa del tratto di corda dl per l'accelerazione; la massa è $dm = \rho S dl \cong \rho S dx$, essendo S la sezione della corda e ρ la sua densità di volume,

mentre l'accelerazione: $a = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$.

In conclusione si ottiene:

$$T \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx = \rho S dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

ovvero:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho S}{T} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\lambda}{T} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (3)$$

essendo λ la densità *lineare* di massa (massa per unità di lunghezza della corda; si misura in kg/m).

Troviamo che la legge di Newton si ‘trasforma’ nell’equazione delle onde (3), e la velocità con cui si propaga l’onda sulla corda è data da: $v = \sqrt{\frac{T}{\lambda}}$, come si ottiene confrontando la (1) con la (3). Lo spostamento dalla posizione di equilibrio (ξ) è perpendicolare alla direzione di propagazione (x): si parla di onde *trasversali*. Si noti che tale condizione discende dal fatto che la componente della forza in direzione del moto, F_x , è nulla, una conseguenza dell’ipotesi di piccole perturbazioni. Se si dà uno spostamento grande si generano anche onde parallele alla direzione di propagazione (onde *longitudinali*). Un esempio di quest’ultimo tipo si ha per le onde sonore in un gas.

1.4 Onde sonore in un gas

Consideriamo del gas contenuto in un lungo tubo, di sezione unitaria, disposto nella direzione x , e siano ρ_0 e p_0 la densità e la pressione del gas all’equilibrio. All’estremità del tubo variamo la pressione del gas tramite una sorgente (ad es. un pistone) che oscilla periodicamente; si otterrà una variazione locale di pressione e di densità, che verranno successivamente trasmesse al resto del gas. Nell’ipotesi di *piccole* variazioni: $\rho = \rho_0 + d\rho$, $p = p_0 + dp$. Indichiamo come al solito con $\xi(x,t)$ il generico spostamento dalla posizione di equilibrio. Sia $dm = \rho_0 dx$ la massa di gas compresa tra due sezioni passanti per i punti di coordinate x e $x + dx$ (figura 3).

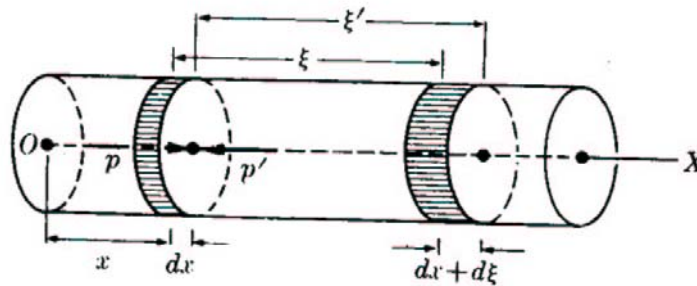


Figura 3 [1]

In conseguenza della perturbazione la massa dm subisce uno spostamento e all’istante t la si ritrova tra i piani passanti per i punti: $x + \xi(x,t)$ ed $x + dx + \xi(x + dx,t)$, per cui la sua dimensione lineare sarà:

$$x + dx + \xi(x + dx,t) - x - \xi(x,t) = dx + \frac{\partial \xi}{\partial x} dx.$$

La densità cambia, in quanto la stessa massa occupa un volume diverso:

$$dm = (\rho_0 + d\rho) \left(dx + \frac{\partial \xi}{\partial x} dx \right) = \left(\rho_0 + \rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} + d\rho + d\rho \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) dx$$

Trascurando l’ultimo termine in quanto infinitesimo di ordine superiore e ricordando che $dm = \rho_0 dx$ si ottiene:

$$d\rho = \rho - \rho_0 = -\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} \tag{4}$$

Per quanto riguarda la pressione, possiamo trovarne la variazione a partire dalla definizione del modulo di compressibilità:

$$\beta = -V \frac{dp}{dV} \quad (5)$$

Siccome la massa $m = \rho V = \text{costante}$, differenziando risulta: $Vd\rho + \rho dV = 0$, ossia: $\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$.

Sostituendo, otteniamo:

$$\beta = \rho \frac{dp}{d\rho}$$

Allora: $dp = p - p_0 = \beta \frac{d\rho}{\rho_0} = -\beta \frac{\partial \xi}{\partial x}$,

dove abbiamo utilizzato la (4), per cui

$$p = p_0 - \beta \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (6)$$

La variazione di pressione provoca un moto del gas, in quanto è numericamente uguale alla forza agente sulla massa dm (ricordiamo che la sezione è unitaria); quindi la forza complessivamente agente sulle due sezioni può scriversi come:

$$p(x, t) - p(x + dx, t) = -\frac{\partial p}{\partial x} dx = \beta \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx$$

Uguagliando la forza al prodotto della massa contenuta tra le sezioni unitarie per l'accelerazione $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ si trova:

$$\beta \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx = dm \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \rho_0 dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

ossia:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\rho_0}{\beta} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

Pertanto lo spostamento della massa dalla posizione di equilibrio soddisfa all'equazione (1).

Deduciamo che lungo il gas si propaga un'onda di spostamento con velocità $v = \sqrt{\frac{\beta}{\rho_0}}$.

Se le compressioni ed espansioni sono rapide il gas, schematizzato come ideale, non ha tempo per scambiare calore con l'ambiente circostante; per cui l'onda si propagherà in condizioni *adiabatiche*. Se inoltre consideriamo il gas prossimo all'equilibrio, potremo utilizzare l'equazione: $pV^\gamma = \text{costante}$; se la riscriviamo equivalentemente: $V^\gamma dp + \gamma p V^{\gamma-1} dV = 0$ otteniamo:

$$-V \frac{dp}{dV} = \gamma p = \beta \quad (8)$$

Dunque, il modulo di compressibilità *adiabatico* è pari al prodotto della pressione per la costante γ e la velocità dell'onda prevista risulta:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho_0}} \quad (9)$$

In condizioni standard per l'aria, considerata come un gas perfetto biatomico, $\rho_0 = 1.29 \text{ kg/m}^3$, $p = 101325 \text{ Pa}$, $\gamma = 1.4$; sostituendo si trova $v = 331.61 \text{ m/s}$, da confrontarsi con il valore sperimentale 331.45 m/s .

L'onda di spostamento è *longitudinale*: infatti, lo spostamento dell'elementino di massa avviene lungo l'asse delle x . Si noti comunque che ogni elementino di massa compie delle oscillazioni costituite da compressioni ed espansioni, ma non c'è trasporto netto di massa lungo il tubo.

Lungo la colonna di gas si propagano anche un'onda di pressione e un'onda di densità: infatti, derivando la (6) rispetto al tempo e rispetto alla coordinata x :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\beta \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

dove nell'ultimo passaggio si è usata la (7);

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\beta \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\beta \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

(essendo le derivazioni rispetto ad x e rispetto a t indipendenti, se ne può scambiare l'ordine), da cui:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\rho_0}{\beta} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (10)$$

La (10) mostra che lungo il tubo si propaga un'onda di pressione, con velocità data dalla (9). Analogamente, dalla (4) si ottiene:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = -\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Sostituendo nell'ultima equazione la (7) troviamo:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{\beta}{\rho_0} \right] \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \beta \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (12)$$

e dal confronto di (11) e (12) segue:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} - \frac{\rho_0}{\beta} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = 0 \quad (13)$$

Anche l'onda di densità si propaga con la stessa velocità dell'onda di spostamento.

1.5 Onde piane armoniche

Studiamo un tipo particolare di onda piana, l'onda *armonica*:

$$\xi(x, t) = \xi_0 \text{sen } k(x - vt)$$

ovvero

$$\xi(x, t) = \xi_0 \text{cos } k(x - vt)$$

Le due rappresentazioni sono ovviamente equivalenti, in quanto seno e coseno sono la stessa funzione sfasata di $\pi/2$. ξ_0 è detta *ampiezza* dell'onda; la costante k è necessaria per ragioni dimensionali (l'argomento di una funzione trigonometrica non può avere dimensioni), è l'inverso di una lunghezza ed è detta *numero d'onda*. Solitamente si scrive, inserendo il numero d'onda all'interno della parentesi:

$$\xi(x, t) = \xi_0 \text{sen}(kx - \omega t) \quad (14)$$

ovvero

$$\xi(x, t) = \xi_0 \text{cos}(kx - \omega t)$$

e la grandezza

$$\omega = kv \quad (15)$$

è detta *pulsazione* dell'onda armonica. Ragioniamo in termini della funzione seno (14). Se fissiamo un istante di tempo t_1 e 'facciamo una fotografia' della funzione, vediamo che essa è una sinusoide lungo l'asse delle x . Il suo periodo spaziale λ è dato dalla minima distanza tra due coordinate x_1 e x_2 in corrispondenza delle quali la funzione assume lo stesso valore:

$$\xi_0 \text{sen}(kx_2 - \omega t_1) = \xi_0 \text{sen}(kx_1 - \omega t_1)$$

e ciò è possibile se gli argomenti delle due funzioni seno differiscono per 2π :

$$kx_2 - \omega t_1 = kx_1 - \omega t_1 + 2\pi$$

che fornisce:

$$\lambda = x_2 - x_1 = \frac{2\pi}{k} \quad (16)$$

Se ora fissiamo un punto di coordinata x_1 la funzione $\xi_0 \sin(kx_1 - \omega t)$ mostra le variazioni temporali che si hanno in corrispondenza di x_1 , variazioni sempre sinusoidali. Il periodo temporale della funzione T è la minima differenza tra due istanti di tempo t_1 e t_2 in corrispondenza dei quali la funzione assume lo stesso valore. Ragionando come in precedenza troviamo:

$$kx_1 - \omega t_2 + 2\pi = kx_1 - \omega t_1$$

da cui:

$$T = t_2 - t_1 = \frac{2\pi}{\omega} \quad (17)$$

Ricordando la definizione di frequenza $\nu = \frac{1}{T}$ troviamo che $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ e utilizzando le (15) e (16) otteniamo:

$$\lambda \nu = v \quad (18)$$

Questa è un'importante relazione che lega tra loro frequenza, lunghezza d'onda e velocità dell'onda.

L'argomento della funzione seno, $kx - \omega t$, è detto *fase* dell'onda; in termini più generali può scriversi come:

$$kx - \omega t + \phi$$

essendo ϕ un angolo qualunque, detto *fase iniziale*. Il suo significato lo si desume per $x = t = 0$; in tal caso la funzione d'onda assume il valore $\xi_0 \sin \phi$, diverso in generale da zero.

1.6 Teorema di Fourier sulle funzioni periodiche

Sia data una funzione continua e ad un solo valore $x = x(t)$, periodica di periodo T ; il teorema di Fourier assicura che *essa può sempre essere rappresentata da una somma di infiniti termini sinusoidali (armonici) aventi frequenze multiple di quella $\nu = \frac{1}{T}$ della funzione data*. Si ha dunque:

$$x(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \dots + a_k \cos k\omega t + \dots + b_1 \sin \omega t + \dots + b_k \sin k\omega t + \dots \quad (19)$$

I vari coefficienti a_i e b_i si calcolano come segue. Integriamo entrambi i membri della precedente (19) fra 0 e T ; tutti gli integrali delle funzioni seno e coseno sono nulli e risulta:

$$\int_0^T x(t) dt = a_0 T$$

che fornisce il valore di a_0 :

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (20)$$

Pertanto, il primo coefficiente dello sviluppo in serie di Fourier di $x(t)$ è pari al *valore medio* della funzione $x(t)$ in un intervallo pari al periodo.

Se poi moltiplichiamo entrambi i membri della (19) per $\cos p\omega t$, con p intero qualunque, ed integriamo fra 0 e T , tutti gli integrali a destra sono nulli tranne $\int_0^T a_p \cos^2 p\omega t dt$. Si ottiene:

$$\int_0^T x(t) \cos p\omega t dt = a_p \int_0^T \frac{1 + \cos 2p\omega t}{2} dt = a_p \frac{T}{2}$$

da cui:

$$a_p = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos p\omega t dt \quad (21)$$

In maniera analoga, moltiplicando ambo i membri della (19) per $\sin p\omega t$ e integrando fra 0 e T otteniamo:

$$b_p = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin p\omega t dt \quad (22)$$

Esempio. Consideriamo la funzione periodica (figura 4) definita da:

$$\begin{aligned} x &= a && \text{per } 0 < t < T/2 \\ x &= -a && \text{per } T/2 < t < T \end{aligned}$$

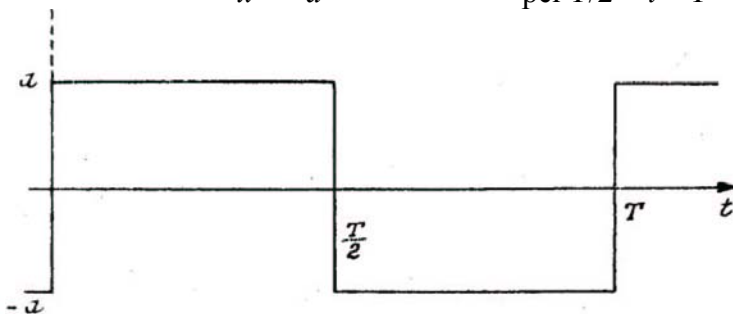


Figura 4 [3]

Siccome la funzione ha media nulla, ci aspettiamo che $a_0 = 0$. Infatti, con un calcolo esplicito:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} a dt - \frac{1}{T} \int_{T/2}^T a dt = 0$$

I coefficienti a_p sono tutti nulli:

$$a_p = \frac{2}{T} \int_0^T x \cos p\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} a \cos p\omega t dt + \frac{2}{T} \int_{T/2}^T (-a \cos p\omega t) dt$$

Sostituendo $p\omega t = z$ e integrando si trova:

$$a_p = \frac{a}{\pi p} (2 \sin \pi p - \sin 2\pi p)$$

che è nullo qualunque sia p .

Per quanto riguarda i coefficienti b_p abbiamo:

$$b_p = \frac{2}{T} \int_0^T x \sin p\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} a \sin p\omega t dt + \frac{2}{T} \int_{T/2}^T (-a \sin p\omega t) dt$$

che diviene, operando la stessa sostituzione di prima:

$$b_p = \frac{a}{\pi p} (1 + \cos 2\pi p - 2 \cos \pi p)$$

Per p intero risulta:

$$b_p = \frac{a}{\pi p} (2 - 2 \cos \pi p)$$

e in particolare, per p pari:

$$b_p = 0$$

mentre per p dispari:

$$b_p = \frac{4a}{\pi p}$$

Quindi la funzione $x(t)$ ha la seguente rappresentazione:

$$x(t) = \frac{4a}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$$

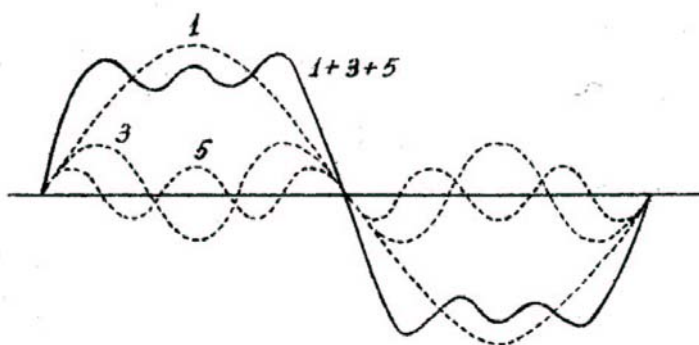


Figura 5 [3]

In figura 5 sono rappresentate le prime 3 armoniche insieme con la loro somma. La figura 6 mostra la somma dei primi 15 termini della serie.

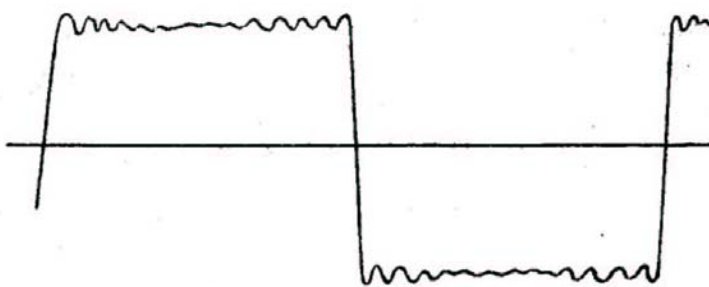


Figura 6 [3]

Osserviamo inoltre che anche le funzioni non periodiche (quali quelle che rappresentano un fenomeno impulsivo) possono essere adeguatamente rappresentate da una somma di infiniti termini armonici. Infatti, per un processo non periodico che si esaurisce in un intervallo di tempo limitato δt possiamo sempre immaginare di sostituire alla funzione impulsiva $x(t)$, che rappresenta analiticamente il processo, una funzione periodica ottenuta ripetendo la $x(t)$ ad intervalli opportuni T , se T è un intervallo di tempo contenente l'intero processo. Abbiamo così costruito una funzione periodica di periodo T , che può risolversi in una serie di Fourier. Osserviamo anche che al crescere dell'intervallo T il periodo della funzione cresce e la frequenza corrispondentemente decresce, così come decresce la differenza in frequenza tra i successivi termini della serie. Al limite, facendo tendere T all'infinito, si intuisce che la rappresentazione corretta della funzione impulsiva sarà data da un integrale, al posto della serie, con la frequenza come variabile continua:

$$x(t) = \int_0^{\infty} [a(\omega) \text{sen } \omega t + b(\omega) \text{cos } \omega t] d\omega \quad (23)$$

Si parla in tal caso di integrale di Fourier. Le funzioni $a(\omega)$ e $b(\omega)$ si calcolano con le seguenti formule:

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \operatorname{sen}(\omega t) dt ; \quad b(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \operatorname{cos}(\omega t) dt$$

Le considerazioni svolte a proposito della serie (o dell'integrale) di Fourier dovrebbero chiarire l'importanza assunta nella trattazione delle onde armoniche: tramite esse, infatti, qualunque fenomeno ondulatorio, periodico o impulsivo, può essere 'scomposto' in componenti elementari, le onde armoniche per l'appunto. Per questo motivo d'ora in poi ci riferiremo quasi esclusivamente ad onde armoniche.

1.7 Intensità delle onde sonore.

Riprendiamo l'espressione della pressione in un gas percorso da un'onda (6):

$$p = p_0 - \beta \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (6)$$

Se S è la sezione del tubo, la forza F su un elemento della colonna vale:

$$(p - p_0)S = -\beta S \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

dove $\xi = \xi_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t)$ rappresenta l'onda di spostamento che si propaga con velocità $v = \sqrt{\frac{\beta}{\rho_0}}$.

La *potenza istantanea* risulta: $P = F \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\beta S \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial t}$ ed effettuando le derivate:

$$P = \beta S \xi_0^2 k \omega \cos^2(kx - \omega t) \quad (24)$$

Per la *potenza media* occorre mediare la precedente espressione su un periodo; siccome il valore medio del coseno è pari ad $\frac{1}{2}$, si ha:

$$P_m = \frac{1}{2} \beta S \xi_0^2 k \omega \quad (25)$$

Se ricordiamo che $\beta = \rho_0 v^2$ [per la (9)] e che $k = \frac{\omega}{v}$ [dalla (15)] possiamo anche scrivere:

$$P_m = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 S v \xi_0^2 \quad (26)$$

Se dividiamo per la sezione S otteniamo l'*intensità* I , che rappresenta l'energia media che attraversa nell'unità di tempo una sezione unitaria ortogonale alla direzione di propagazione (si ricordi che la potenza è l'energia per unità di tempo):

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 v \xi_0^2 \quad (27)$$

All'onda di spostamento si accompagna un'onda di pressione:

$$\Delta p = p - p_0 = -\beta \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\beta k \xi_0 \cos(kx - \omega t) = \rho_0 v \omega \xi_0 \sin(kx - \omega t + \frac{\pi}{2})$$

L'onda di pressione è sfasata di $\frac{\pi}{2}$ (è in *quadratura*) rispetto all'onda di spostamento ed ha ampiezza:

$$(\Delta p)_{\max} = \rho_0 v \omega \xi_0 = 2\pi v \rho_0 v \xi_0$$

avendola espressa in funzione della frequenza ν . L'intensità può quindi anche scriversi:

$$I = \frac{(\Delta p)_{\max}^2}{2\rho_0 v} \quad (28)$$

Le onde sonore si estendono per convenzione su un intervallo di frequenze compreso tra 20 e 20000 Hz; in tale intervallo, infatti, rientrano tutti i suoni udibili dall'orecchio umano.

Le onde le cui frequenze si estendono oltre il limite di udibilità (> 20000 Hz) sono dette *ultrasuoni*. Alle frequenze degli ultrasuoni corrispondono lunghezze d'onda piuttosto piccole: infatti $\lambda = v/\nu$; per es. in aria $\lambda < 1.7$ cm, mentre in acqua ($v = 1500$ m/s) $\lambda < 7.5$ cm. Ciò consente di formare fasci ultrasonori sottili e ben collimati, utili in numerose applicazioni tecniche, per es. per studi di difetti in materiali metallici e polimerici, per trattamenti di pulizia delle superfici di materiali, per la misura di distanze in condizioni di non visibilità (sonar), per indagini diagnostiche (ecografie).

1.8 Onde sferiche

Finora abbiamo considerato onde che si propagano lungo l'asse delle x e aventi ampiezza costante (onde piane):

$$\xi = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$$

La loro caratteristica è che la fase dell'onda, $kx - \omega t$, ad un dato istante è costante in tutti i punti $x =$ costante, che rappresenta nello spazio un piano ortogonale all'asse x . Questo è il motivo per cui tali onde sono chiamate piane. In generale definiamo *fronte d'onda* una superficie su cui la fase dell'onda è costante ad un dato istante. Il fronte d'onda si sposta con la velocità di propagazione dell'onda. La linea ortogonale al fronte d'onda in un dato punto rappresenta, in quel punto, la direzione di propagazione dell'onda e dell'energia ad essa associata; tale linea prende il nome di *raggio*.

Le onde piane non sono le uniche onde che possiamo concepire. Immaginiamo che una sorgente puntiforme posta nell'origine generi delle onde che si propagano in tutte le direzioni (emissione *isotropa*); per simmetria i fronti d'onda di tali perturbazioni sono *sferici*. Si parla in tal caso di *onde sferiche*; anch'esse sono possibili soluzioni dell'equazione di D'Alembert tridimensionale. Vediamo di ricavare alcune caratteristiche di queste onde, senza risolvere l'equazione.

Abbiamo visto in precedenza (eq. 27) che l'intensità di un'onda è proporzionale al quadrato dell'ampiezza:

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 v \xi(r)^2$$

dove ora ammetteremo che l'ampiezza possa essere *funzione della distanza* r dalla sorgente. La potenza media trasmessa attraverso una superficie sferica di raggio r vale dunque:

$$P_m = IS = I4\pi r^2 = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 v \xi(r)^2 4\pi r^2 \quad (29)$$

Tale potenza *deve rimanere costante*, qualunque sia la superficie sferica, perché corrisponde alla potenza media emessa dalla sorgente. Questo implica che per un'onda sferica l'ampiezza diminuisca con la distanza:

$$\xi(r) = \frac{\xi_0}{r} \quad (30)$$

Se l'onda sferica è armonica scriveremo:

$$\xi(r, t) = \frac{\xi_0}{r} \text{sen}(kr - \omega t) \quad (31)$$

Ovviamente, l'intensità dell'onda varia in modo inversamente proporzionale al quadrato della distanza dalla sorgente. Abbiamo tratto queste conclusioni utilizzando il principio di conservazione dell'energia: la potenza emessa dalla sorgente a un dato istante dobbiamo ritrovarla a un istante successivo su una superficie sferica di raggio opportuno.

Osserviamo che all'aumentare della distanza dalla sorgente i fronti d'onda (sferici) hanno raggio sempre maggiore, per cui una porzione limitata del fronte d'onda sferico può essere approssimata da una superficie piana. L'onda piana è dunque una approssimazione dell'onda sferica, quando ci si ponga a sufficiente distanza dalla sorgente. In questo caso l'ampiezza dell'onda sferica non varierà di molto su distanze limitate e potrà essere considerata costante, come richiesto per un'onda piana.

1.9 Assorbimento

Le conclusioni cui siamo pervenuti nel caso dell'onda sferica presuppongono che non ci sia assorbimento da parte del mezzo in cui si propaga l'onda; in pratica, fenomeni di attrito interno comportano sempre un certo assorbimento. Questo fa sì che la dipendenza dell'intensità di un'onda da $\frac{1}{r^2}$ non sia verificata, ma risulti un decremento più rapido. Sperimentalmente si trova un decremento esponenziale dell'intensità:

$$I(x) = I_0 \exp(-\gamma x) \quad (32)$$

essendo γ un coefficiente (coefficiente di assorbimento) che dipende dal mezzo, avente come dimensione l'inverso di una lunghezza.

Per l'ampiezza dell'onda possiamo dunque scrivere (ricordiamo che l'intensità è proporzionale al quadrato dell'ampiezza):

$$\xi = \xi_0 \exp(-\gamma x / 2) \text{sen}(kx - \omega t) \quad \text{per onde piane}$$

$$\xi = \frac{\xi_0}{r} \exp(-\gamma r / 2) \text{sen}(kr - \omega t) \quad \text{per onde sferiche}$$

In aria, per es., per una frequenza di 400 Hz il coefficiente di assorbimento vale $\gamma = 4.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$; dunque l'intensità di un'onda sonora verrebbe ridotta alla metà su una distanza pari a circa 1500 m. In realtà occorre considerare anche altri fenomeni quali ad es. la diffusione del suono da parte del terreno e di eventuali ostacoli, i gradienti di temperatura, etc.

1.10 Interferenza

Consideriamo due onde armoniche che si propagano nella stessa direzione e nello stesso verso, emesse da due sorgenti poste in punti differenti dell'asse delle x e supponiamo per il momento che abbiano la *stessa frequenza* ν e la *stessa ampiezza*, potendo differire quindi al più per la fase iniziale ϕ . Senza ledere la generalità possiamo pensare che una sorgente sia posta nell'origine, mentre l'altra sia posta a distanza d dalla prima. Scriviamo l'espressione delle due onde nel punto x :

$$\xi_1 = \xi_0 \text{sen}(kx - \omega t)$$

$$\xi_2 = \xi_0 \text{sen}[k(x - d) - \omega t + \phi]$$

La perturbazione risultante è:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2\xi_0 \cos[kd - \frac{\phi}{2}] \text{sen}[k(\frac{2x - d}{2}) - \omega t + \frac{\phi}{2}] \quad (33)$$

dove si è usata l'identità trigonometrica:

$$\text{sen } \alpha + \text{sen } \beta = 2 \text{sen } \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (34)$$

L'onda risultante (33) è ancora sinusoidale e la sua ampiezza, $2\xi_0 \cos[kd - \frac{\phi}{2}]$, dipende da ϕ e da d , cioè dalla distanza tra le sorgenti e dalla loro differenza di fase iniziale. Trattiamo per semplicità il caso in cui $\phi = 0$: questo significa che le due sorgenti emettono con la stessa fase iniziale (sono *sincrone*). Se $kd = 2n\pi$, con n intero, le due onde sono in fase, interferiscono costruttivamente e l'oscillazione risultante ha ampiezza massima. Se $kd = (2n + 1)\pi$ le onde sono in opposizione di fase e l'ampiezza dell'oscillazione è sempre nulla: si ha interferenza distruttiva. Ricordando che $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ troviamo che per:

$d = n\lambda$ abbiamo dei *massimi* d'interferenza: le due sorgenti si trovano a distanze multiple della lunghezza d'onda;

$d = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$ abbiamo dei *minimi* d'interferenza: le due sorgenti si trovano a distanze multiple dispari di mezza lunghezza d'onda.

Quanto detto si estende al caso in cui le due onde abbiano ampiezze differenti, ξ_{01} e ξ_{02} : l'onda risultante è sempre sinusoidale e la sua ampiezza è pari alla somma delle ampiezze se $d = n\lambda$ mentre è pari alla loro differenza se $d = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$.

1.11 Battimenti

Un effetto molto noto legato alla sovrapposizione di suoni aventi frequenze *poco diverse* tra loro è quello dei battimenti, consistente in un alternarsi nel tempo di interferenza costruttiva e distruttiva percepita come un aumento e una successiva diminuzione dell'intensità del suono con una frequenza di ripetizione pari alla differenza tra le due frequenze dei suoni componenti. Consideriamo, nel punto x e all'istante t , due onde armoniche aventi frequenze ν_1 e ν_2 poco diverse fra loro, così come le corrispondenti lunghezze d'onda, e supponiamo per semplicità che le ampiezze siano uguali:

$$\xi_1 = \xi_0 \text{sen}(k_1x - \omega_1t)$$

$$\xi_2 = \xi_0 \text{sen}(k_2x - \omega_2t)$$

E' chiaro che in certi istanti le due onde saranno in fase, in altri saranno in opposizione di fase (figura 7a).

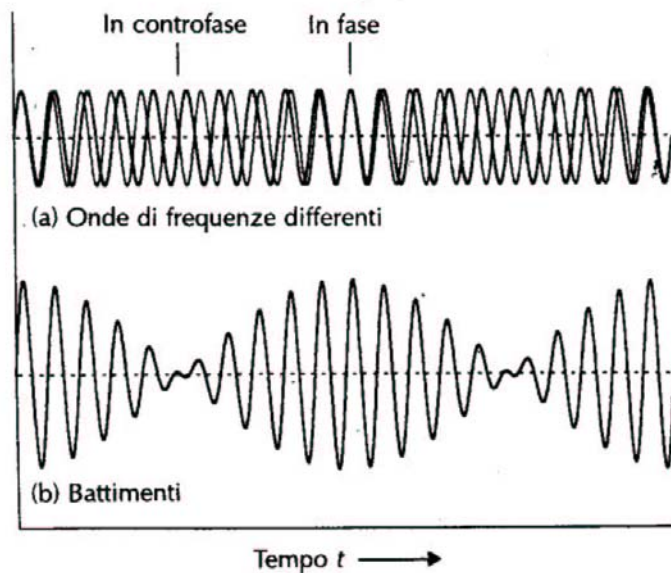


Figura 7 [4]

L'onda risultante è:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2\xi_0 \cos\left[\frac{k_1 - k_2}{2}x - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right] \text{sen}\left[\frac{k_1 + k_2}{2}x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right]$$

dove si è fatto nuovamente uso della (34). Se usiamo i valori medi: $k = \frac{k_1 + k_2}{2}$, $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ possiamo riscrivere l'onda risultante come segue:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2\xi_0 \cos\left[\frac{k_1 - k_2}{2}x - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right] \text{sen}[kx - \omega t]$$

che è un'onda armonica (fattore seno) con frequenza e lunghezza d'onda pari alla media aritmetica delle grandezze corrispondenti delle onde componenti; tale onda è detta *portante*. La sua ampiezza

tuttavia non è costante ma varia nel tempo (onda *modulante*) con frequenza pari alla semidifferenza delle frequenze delle componenti. In un dato punto (fissato cioè x) il suono risultante periodicamente si rinforza e si affievolisce (figura 7b). P.es. se le due frequenze componenti hanno frequenze a 440 Hz e 435 Hz la frequenza del battimento è pari a 2.5 Hz: quindi ogni 1/5 di secondo il suono passerà da un'ampiezza massima a un'ampiezza minima.

Il fenomeno dei battimenti è utile per determinare una frequenza incognita tramite confronto con una sorgente in grado di emettere a frequenze note: si varia la frequenza fino a ottenere i battimenti e dalla misura della frequenza della modulante si risale alla frequenza incognita. L'accordatura assoluta degli strumenti, ad es., si produce eliminando i battimenti generati dal *la* suonato contemporaneamente dallo strumento e da un diapason standard a 440 Hz (o equivalentemente a un oscillatore elettronico di pari frequenza).

1.12 Riflessione di onde

Supponiamo che un'onda piana progressiva che si propaga in un mezzo incontri un ostacolo (ad es. una parete) che costituisca una discontinuità di *grandi dimensioni* rispetto alla lunghezza d'onda. Se indichiamo con i ed r gli angoli che un raggio (ossia la normale al fronte d'onda) forma con la normale alla parete nel punto di incidenza dell'onda, valgono le seguenti due leggi:

- 1) il raggio incidente, quello riflesso e la normale alla superficie riflettente nel punto d'incidenza giacciono tutti nello stesso piano;
- 2) l'angolo d'incidenza è pari a quello di riflessione ($i = r$)

Queste leggi, stabilite sperimentalmente da *Snell*, possono dedursi da principi generali (principio di Huygens). Esse valgono anche quando la superficie riflettente non è piana, e per onde di natura diversa da quelle qui considerate (ad es. per le onde luminose).

Vogliamo ora determinare la *relazione di fase* tra l'onda incidente e quella riflessa. Consideriamo dapprima una superficie riflettente *rigida* posta nell'origine. L'onda incidente sia *armonica*:

$$\xi_i = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi_i)$$

Per l'onda riflessa scriviamo:

$$\xi_r = \xi_0 \sin(kx + \omega t + \phi_r)$$

Il vincolo di rigidità impone la condizione che lo spostamento complessivo sia nullo sulla parete:

$$\xi_i|_{x=0} + \xi_r|_{x=0} = \xi_0 [\sin(-\omega t + \phi_i) + \sin(\omega t + \phi_r)] = 0$$

che implica:

$$\sin(\omega t + \phi_r) = \sin(\omega t - \phi_i)$$

ossia:

$$\omega t + \phi_r = \omega t - \phi_i \Rightarrow \phi_r = -\phi_i \quad (35)$$

In altri termini, l'onda riflessa ha *segno opposto* rispetto all'onda incidente. Nel caso di onde longitudinali:

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial x} = \xi_0 k \cos(kx - \omega t + \phi_i)$$

$$\frac{\partial \xi_r}{\partial x} = \xi_0 k \cos(kx + \omega t + \phi_r)$$

Sulla parete ($x = 0$), tenendo presente la (35), si vede che le due derivate sono uguali. Ricordando che la variazione di pressione è proporzionale a $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ (eq. 6) si deduce che le variazioni di pressione dell'onda incidente e di quella riflessa sono uguali sulla parete.

Come esempio si può considerare il caso di un'onda sonora che si propaghi nell'aria contenuta in un tubo a pareti rigide e terminato da una parete anch'essa rigida (p. es. una canna d'organo). Il caso di un'onda su una corda avente un estremo fissato a una parete rigida è analogo, anche se l'onda in questo caso è trasversale.

Se la parete non offre alcuna resistenza (parete *cedevole*), la condizione da imporre è che le due derivate spaziali degli spostamenti siano nulle; si trova che $\phi_r = \pi - \phi_i$ il che implica che $\xi_i = \xi_r$, cioè gli spostamenti in corrispondenza della superficie riflettente sono uguali, mentre le variazioni di pressione dovute all'onda incidente e a quella riflessa sono opposte. La condizione è dunque duale rispetto al caso di parete rigida e si applica per es. ad onde sonore confinate in un tubo che giungano all'estremità aperta del tubo (p. es. un flauto dolce).

1.13 Onde stazionarie

Studiamo ora un caso particolare ma molto importante di interferenza, dovuto a onde elastiche che si propagano nella stessa direzione ma in versi opposti. Supponiamo che le due onde abbiano la stessa ampiezza:

$$\xi_1 = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$\xi_2 = \xi_0 \sin(kx + \omega t)$$

L'onda risultante:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = \xi_0 [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)] = 2\xi_0 \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (36)$$

Questa funzione *non* può rappresentare un'onda, in quanto variabile spaziale e temporale sono separate. In altri termini, l'argomento della funzione $\xi(x, t)$ *non* è del tipo $(x \pm vt)$. La funzione ξ si presenta come il prodotto di due funzioni, una dipendente solo da x , l'altra dipendente solo da t . Se consideriamo un punto particolare, esso compie oscillazioni sinusoidali con la frequenza delle onde componenti; tuttavia, l'ampiezza d'oscillazione dipende dalla scelta del punto. In particolare, per

$$kx = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$$

l'ampiezza di oscillazione è massima: i valori di x per i quali si verifica tale situazione si chiamano *ventri*. Nei punti in cui:

$$kx = n\pi$$

l'ampiezza d'oscillazione è sempre nulla: sono i *nodi*. Un ventre di oscillazione ed il nodo adiacente sono separati da una distanza Δx data da:

$$k\Delta x = \frac{\pi}{2}$$

cioè ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$):

$$\Delta x = \frac{\lambda}{4}$$

Due nodi (o due ventri) successivi sono separati da una distanza pari a $\frac{\lambda}{2}$.

Si osservi che, dopo che onde stazionarie si sono stabilite in una regione, *non vi è trasferimento di energia* da un punto all'altro. Il fatto è evidente se si tiene presente che attraverso i nodi non può fluire energia, essendo punti fermi. Se si vuole una dimostrazione formale, occorre costruire la potenza associata all'onda stazionaria:

$$P = (p - p_0)Sv = -\beta S \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial t},$$

sostituirci le derivate:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = 2\xi_0 k \cos kx \cos \omega t;$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -2\xi_0 \omega \sin kx \sin \omega t$$

ottenendo:

$$P = 4\xi_0^2 \beta S k \omega \sin kx \cos kx \sin \omega t \cos \omega t$$

e osservare che, essendo una funzione dispari di t , il suo valor medio su un periodo è nullo.

Un'onda stazionaria, a stretto rigore quindi, non propaga energia. E' la denominazione stessa di 'onda' che in questo caso è equivoca; la si chiama così solo in quanto deriva dalla sovrapposizione di due onde di uguale frequenza ed ampiezza, una progressiva e una regressiva.

Il modo più semplice di ottenere onde stazionarie è quello di sfruttare le riflessioni di un'onda che si verificano in presenza di una discontinuità del mezzo di propagazione (parete rigida): avremo quindi onde stazionarie su una corda fissata alle due estremità o in un tubo contenente dell'aria, chiuso agli estremi. Pizzicando una corda tesa in un punto generiamo, come abbiamo visto, delle onde che, in un breve transitorio, si propagano finendo alle estremità fissate della corda. Qui devono riflettersi invertendo la fase: la corda diviene sede di onde progressive e regressive che interferiscono. Gli unici modi che 'sopravvivono' sono le onde stazionarie, dette anche *modi normali* di vibrazione della corda. Le loro caratteristiche dipendono dalla lunghezza L della corda: se richiediamo che alle due estremità lo spostamento dell'onda (36) sia nullo, abbiamo le seguenti condizioni:

$$\xi|_{x=0} = 0; \quad \xi|_{x=L} = 0$$

La prima è automaticamente soddisfatta; la seconda impone:

$$kL = \frac{2\pi}{\lambda} L = n\pi$$

cioè:

$$\lambda = \frac{2L}{n} \tag{37}$$

con n intero positivo. Se questa condizione non è soddisfatta l'interferenza tra le varie onde riflesse è distruttiva e la vibrazione cessa molto rapidamente. Le lunghezze d'onda dei modi normali (e quindi le frequenze: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{vn}{2L}$) non possono quindi essere scelte ad arbitrio, ma sono legate alla lunghezza della corda:

$$\lambda = 2L, L, \frac{2}{3}L, \frac{L}{2}, \dots$$

I modi sono cioè *quantizzati*. Il modo avente la massima lunghezza d'onda ha i nodi negli estremi stessi (fondamentale o prima armonica); il secondo modo (seconda armonica) ha un nodo a metà della corda, il terzo modo ha due nodi, e così via. In figura 8 sono rappresentate le prime 5 armoniche di un'onda stazionaria su una corda di lunghezza L con estremi fissi, e la 20° armonica.

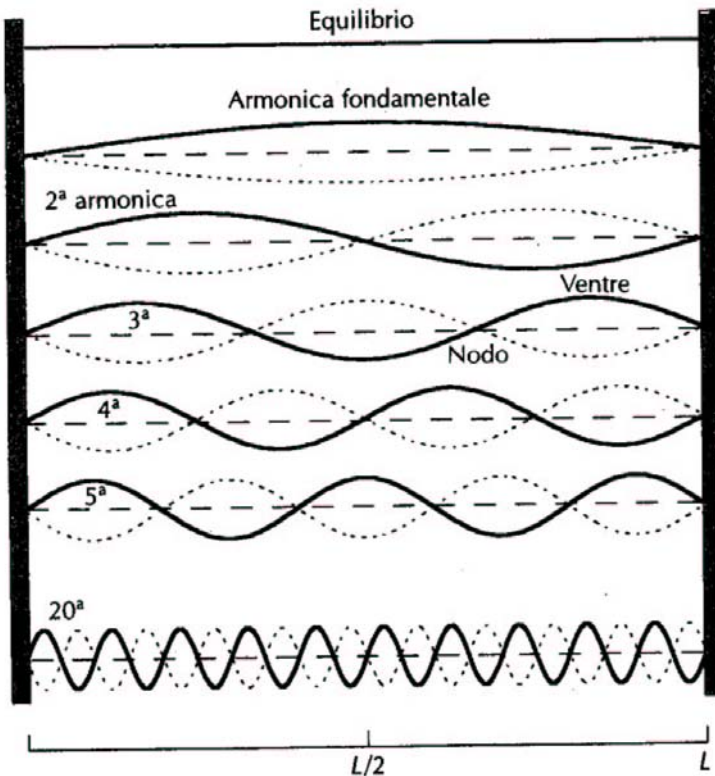


Figura 8 [4]

L'onda generale che si instaura su una corda ad estremi fissi è una combinazione lineare di modi normali. Lo stesso discorso vale nel caso di un tubo chiuso alle estremità, come in molti strumenti a fiato.

Una corda in tensione nello spazio che stia vibrando trasmette la vibrazione alle molecole d'aria circostanti generando suoni di ampiezza molto piccola: non è dunque una sorgente efficiente. Per aumentare l'efficienza degli strumenti musicali ad arco si tendono quindi le corde vicino a delle cavità che, risuonando, possono rinforzare le vibrazioni prodotte nell'aria direttamente dalle corde. Infatti in questo caso si tratta di eccitare qualche modo proprio della cavità, ottenendo una vera e propria risonanza: il suono ne esce fortemente amplificato. Ciò è ottenuto munendo la cavità di aperture disposte opportunamente e sagomate. Si possono dare alla cavità forme diverse: l'esperienza dimostra che la frequenza fondamentale della cavità cresce con l'area della superficie, decresce con il suo volume e non dipende praticamente dalla forma.

1.14 Diffrazione di onde sonore

Nello studio della riflessione di onde sonore i risultati che abbiamo ottenuto valgono, come già detto, nell'ipotesi che l'onda incontri ostacoli di grandi dimensioni rispetto alla lunghezza d'onda del suono incidente. Se la dimensione degli ostacoli è comparabile con la lunghezza d'onda si hanno fenomeni di diffrazione e le leggi della riflessione non valgono più. Un esempio è il passaggio di un'onda sferica elastica attraverso un'apertura AB praticata su di un ostacolo circolare che si frappone al suo cammino (figura 9a); se l'apertura è di grandi dimensioni rispetto alla lunghezza d'onda la perturbazione che si propaga al di là dell'apertura interessa una regione limitata, con una regione di 'ombra' acustica, analogamente a quanto succede in ottica se un pennello di luce investe un'apertura grande rispetto alla lunghezza d'onda (figura 9b).

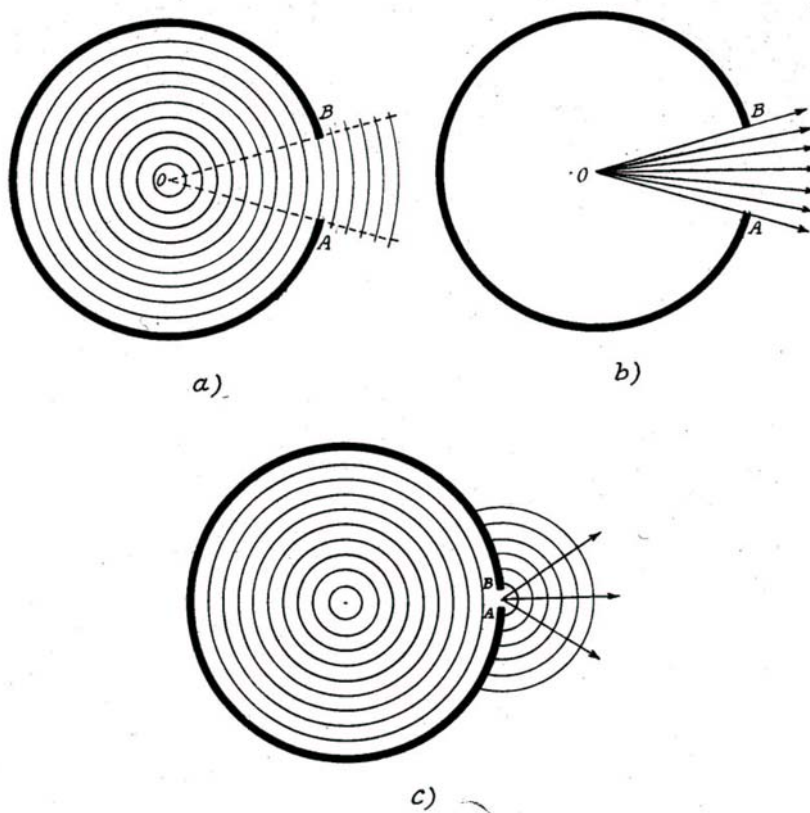


Figura 9 [3]

Se però l'apertura viene ristretta si osserva che la zona di ombra acustica si restringe, finché tende a scomparire quando l'apertura ha dimensioni dell'ordine della lunghezza d'onda del suono (figura 9c). Naturalmente l'intensità sonora non è la stessa in tutti i punti. Una spiegazione semplice del fenomeno si ha supponendo che i punti dell'ostacolo investiti dal fronte d'onda divengano a loro volta sorgenti di onde sferiche secondarie; l'interferenza di queste ultime nelle zone che si trovano al di là dell'apertura produce la perturbazione sonora. Ora, se l'apertura è di grandi dimensioni la zona interessata da interferenza costruttiva coincide praticamente con la proiezione geometrica della sorgente sonora attraverso la superficie; le altre regioni dello spazio subiscono interferenza distruttiva e il suono praticamente non è presente in esse. Se l'apertura si stringe le onde sferiche secondarie producono interferenza costruttiva (e quindi una perturbazione sonora) in regioni sempre più ampie della precedente zona d'ombra acustica fino ad invadere, al limite, tutta la regione, sia pure, come detto, con intensità differente nei vari punti.

Il fenomeno della diffrazione si produce anche quando un ostacolo viene posto sul cammino dell'onda sonora; è un caso duale del precedente. Con considerazioni puramente geometriche si concluderebbe che il suono non è percepibile nella regione in cui l'ostacolo proietta la sua ombra, supponendo di sostituire la sorgente sonora con una luminosa (un esempio è mostrato in figura 10). Tuttavia, si rileva che anche in questa zona si propaga il suono, sia pure con intensità ridotta.



Figura 10

Un esempio elementare è costituito dal fatto che ciascuno di noi riesce ad udire, all'aperto, la propria voce mentre parla; questo significa che la perturbazione sonora raggiunge le nostre orecchie, che pure sono poste nella 'zona d'ombra' rispetto alla sorgente (la bocca). Come altro esempio citiamo il fatto di poter udire una persona che parla con le spalle rivolte verso di noi.

1.15 L'effetto Doppler

I risultati finora ottenuti presuppongono che la sorgente (S) e l'osservatore-ricevitore (R) siano tra loro in quiete. Se fra essi vi è un moto relativo la frequenza del suono misurato da R è differente da quella emessa da S. In ciò consiste l'effetto Doppler.

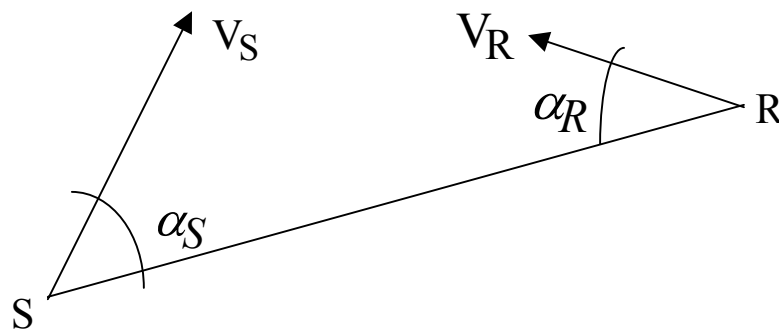


Figura 11

Indichiamo (figura 11) con V_S e con V_R rispettivamente le velocità della sorgente e del ricevitore rispetto al mezzo che fa da supporto alla perturbazione sonora. Sia V la velocità dell'onda sonora nel mezzo. Siano inoltre α_S ed α_R gli angoli tra la direzione delle velocità di S e di R rispetto alla congiungente S – R. All'istante $t = 0$ la sorgente S – che si trova a distanza L da R – emette un treno di N onde di frequenza ν ; il primo fronte d'onda raggiunge R all'istante t_1 determinato dalla relazione: $L = Vt_1 + (V_R \cos \alpha_R)t_1$ ossia:

$$t_1 = \frac{L}{V + V_R \cos \alpha_R} \quad (38)$$

All'istante $T = \frac{N}{\nu}$ la sorgente S cessa di emettere onde sonore. L'ultimo fronte d'onda raggiunge R ad un istante t_2 ; imponendo che la distanza S – R all'istante T venga percorsa in parte dall'onda sonora, in parte da R si ha:

$$L - (V_S \cos \alpha_S)T - (V_R \cos \alpha_R)T = V(t_2 - T) + (V_R \cos \alpha_R)(t_2 - T)$$

Semplificando e usando la (38) risulta:

$$t_2 = t_1 + \frac{V - V_S \cos \alpha_S}{V + V_R \cos \alpha_R} T$$

Nell'intervallo di tempo $(t_2 - t_1)$ R conta N fronti d'onda, per cui la frequenza misurata da R è:

$$\nu' = \frac{N}{t_2 - t_1} = \frac{V + V_R \cos \alpha_R}{V - V_S \cos \alpha_S} \frac{N}{T} = \frac{V + V_R \cos \alpha_R}{V - V_S \cos \alpha_S} \nu \quad (39)$$

Nel caso usuale in cui sia S che R si muovano lungo la congiungente S – R si ottiene:

$$\nu' = \frac{V + V_R}{V - V_S} \nu \quad (40)$$

Se solo S è in moto:

$$\nu' = \frac{1}{1 - \frac{V_S}{V}} \nu$$

Nel caso in cui $\frac{V_S}{V} \ll 1$ si ha $\nu' \cong \left(1 + \frac{V_S}{V}\right) \nu$; quindi R registra una frequenza $\nu' > \nu$ se la sorgente si avvicina ad R, mentre la frequenza è più bassa se la sorgente si allontana ($V_S < 0$).

Analogamente, se $V_S = 0$ ed R è in moto:

$$\nu' = \left(1 + \frac{V_R}{V}\right) \nu$$

Di nuovo, $\nu' > \nu$ se R si avvicina ad S, mentre $\nu' < \nu$ se R si allontana da S.

Si noti che, in generale, la variazione di frequenza è differente, a parità di velocità relativa tra S ed R, a seconda che sia S ovvero R a muoversi.

Si noti infine che, se lo spostamento ha luogo in direzione ortogonale alla congiungente S – R, l'effetto Doppler è nullo.

Capitolo 2 – Elementi di acustica applicata

2.1 L'orecchio umano

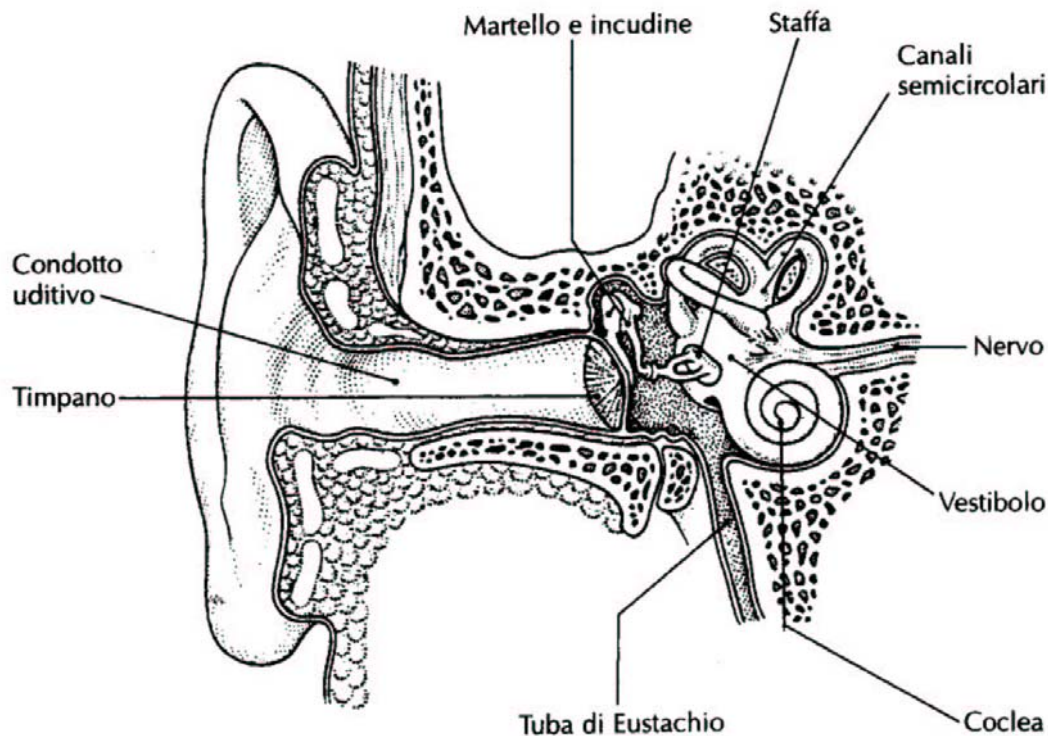


Figura 12 [4]

Da un punto di vista morfologico l'orecchio umano è diviso in tre parti (orecchio esterno, medio ed interno – figura 12). L'orecchio esterno comprende il padiglione auricolare ed il condotto uditivo esterno, che termina nella membrana del timpano. Il padiglione auricolare consente di individuare la provenienza del suono: le onde riflesse dai vari punti del padiglione verso l'imboccatura del condotto uditivo sono tra loro sfasate a causa dei differenti percorsi. Da tali sfasamenti, sia pure minimi, il sistema nervoso è in grado di ottenere informazioni direzionali del suono in arrivo. La localizzazione precisa della sorgente sonora richiede la presenza di due orecchie, esattamente come i due occhi consentono di stabilire la distanza tra due oggetti. Il *timpano* vibra a causa della pressione acustica dovuta al suono incidente. Al di là della membrana timpanica ha inizio l'orecchio medio, costituito dalla cassa timpanica, al cui interno si trovano tre ossicini: il *martello*, l'*incudine* e la *staffa* (figura 13).

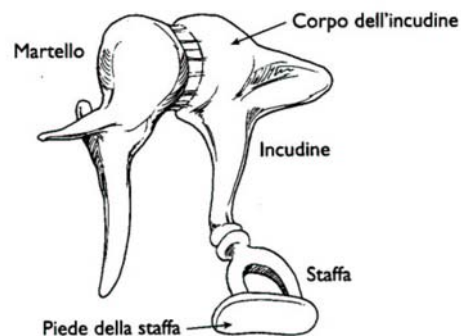


Figura 13 [8]

Essi sono tra loro congiunti tramite un tessuto cartilagineo e sono in contatto da un lato con la membrana timpanica (alla quale aderisce il martello), dall'altro (tramite l'estremità della staffa) con la parete della finestra ovale, con cui inizia l'orecchio interno. L'orecchio esterno e medio devono trasmettere le variazioni di pressione dell'aria all'orecchio interno; ciò viene svolto come segue. La forza proveniente dalla vibrazione del timpano agisce sul martello e si trasmette - tramite l'incudine - alla base della staffa, che esercita una pressione meccanica sulla finestra ovale. Gli ossicini formano dunque un sistema di leve, in grado di triplicare la forza trasmessa. Inoltre, la superficie della finestra ovale è circa 30 volte inferiore a quella del timpano. Ne consegue che la pressione acustica agente sulla finestra ovale è circa 2 ordini di grandezza superiore di quella del suono in arrivo sul timpano. L'orecchio medio è in grado di 'difendersi' da suoni molto intensi: il muscolo timpanico (tensore del timpano) si irrigidisce ed evita che il timpano si deformi troppo. Contemporaneamente, il muscolo stapedio, che agisce sulla staffa, provvede ad allontanarla dalla finestra ovale e riduce il trasferimento della vibrazione (riflesso di Stapedio). Questo meccanismo richiede qualche istante per divenire operativo, per cui non è efficace in presenza di suoni improvvisi e molto intensi, come le esplosioni. L'orecchio medio comunica con l'esterno tramite un piccolo canale (tromba (o tuba) di Eustachio, figura 12) che congiunge la cassa timpanica con la faringe; ciò consente di equilibrare la pressione statica esterna agente sulla membrana del timpano, la quale viene sollecitata solo da variazioni rapide di pressione dovute a onde sonore. L'orecchio interno inizia al di là della finestra ovale. Ha una struttura molto complessa per assolvere a funzioni diverse: p.es. troviamo dei canali semicircolari che servono da organi di controllo dell'equilibrio. Tuttavia, la parte che interessa l'udito è essenzialmente la coclea, un condotto chiuso ad entrambi gli estremi e avvolta a spirale (figure 12 e 14).

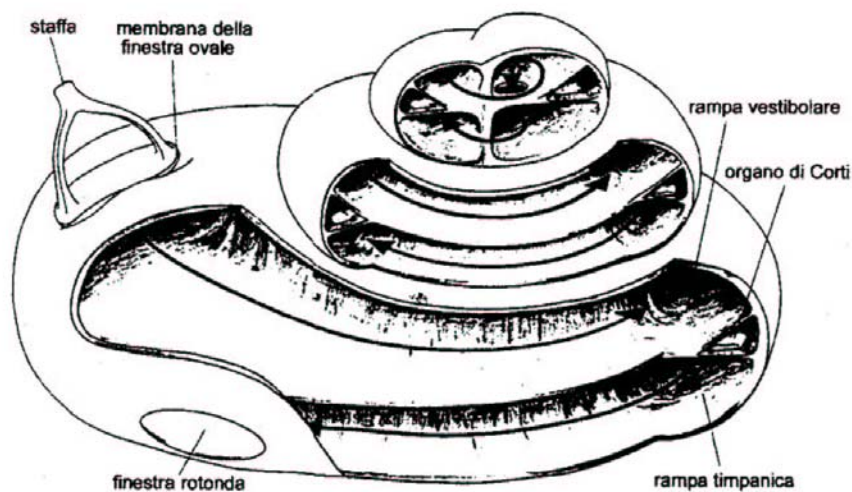


Figura 14 [6]

Lungo la mezzieria della coclea si trova la membrana basilare che la divide in due parti (rampa vestibolare e rampa timpanica) e che va dalla finestra ovale fino quasi al termine della spirale; qui un passaggio, l'elicotrema, mette in comunicazione le due rampe che contengono un liquido, la perilinfa. Tramite questa struttura una vibrazione proveniente dalla staffa sulla finestra ovale si trasmette alla perilinfa contenuta nella rampa vestibolare e, in seguito, a quella contenuta nella rampa timpanica che termina in una finestra (finestra rotonda) che consente un moto oscillatorio al liquido, incompressibile. La membrana basilare è ricoperta da molte migliaia di terminazioni nervose del nervo acustico; tale struttura, detta organo del Corti, costituisce il trasduttore delle vibrazioni meccaniche in impulsi nervosi che, trasmessi al cervello, provocano la sensazione uditiva corrispondente allo stimolo sonoro. Le terminazioni sono tenute in tensione e la loro lunghezza varia da circa 0.2 mm vicino alla finestra ovale fino a 5 mm in prossimità dell'elicotrema; il sistema

ricorda un'arpa. Le variazioni di pressione che si esercitano sulla perilinfia provocano uno spostamento ondulatorio lungo la membrana basilare e producono piccoli urti contro le cellule dell'organo del Corti. Questa sollecitazione produce gli impulsi nervosi che attraverso il nervo acustico giungono al cervello. La discriminazione dei suoni in base alle frequenze avviene sollecitando parti diverse della membrana basilare (figura 15): le frequenze più alte eccitano la parte iniziale della membrana, mentre diminuendo la frequenza vengono messe in vibrazione parti della membrana sempre più vicine all'elicotrema.

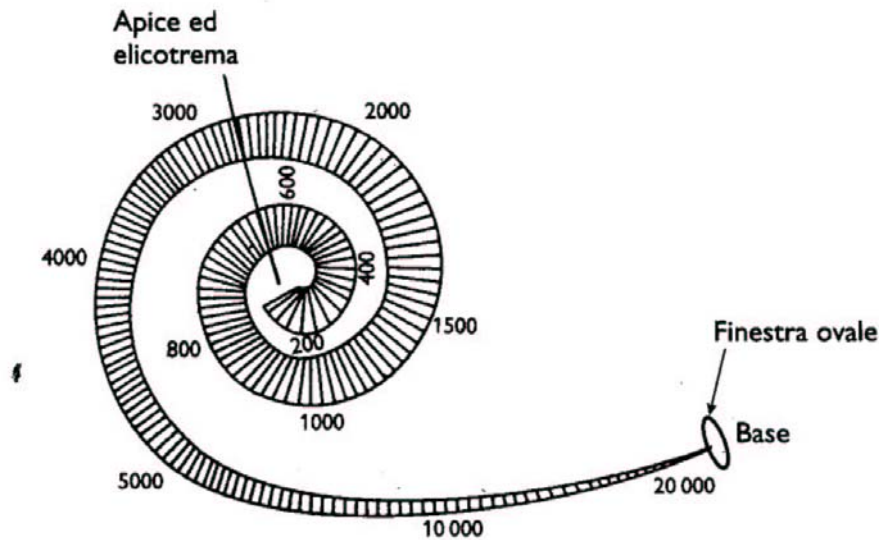


Figura 15 [8]

La risposta della membrana basilare alle sollecitazioni meccaniche dipende dunque dalle dimensioni di quest'ultima; esseri viventi diversi hanno quindi differenti capacità uditive. P.es. il pipistrello è in grado di percepire onde sonore nell'intervallo tra 1 e 100 kHz, mentre i delfini hanno una capacità più ampia: tra 200 Hz e 200 kHz. È interessante osservare che, siccome differenti suoni armonici interessano regioni diverse della membrana basilare, la percezione di un suono complesso è determinata dalla eccitazione simultanea delle regioni della membrana che corrispondono alle varie componenti del suono: dunque, nell'orecchio interno si effettua l'analisi di Fourier di un suono. La sensazione d'intensità legata ad un suono, invece, dipende dal numero di fibre nervose che vengono contemporaneamente eccitate.

2.2 La scala dei decibel

Supponiamo di generare un suono avente una determinata frequenza: 1000 Hz, di metterci a una distanza fissata dalla sorgente, di misurare l'intensità sonora con un opportuno strumento e nello stesso tempo di effettuare esperimenti di percezione sonora tramite individui giovani dotati di un sistema uditivo privo di difetti. Il suono verrà percepito a partire da un dato valore d'intensità, che risulta pari a $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$. Si parla di *soglia di udibilità*. Se aumentiamo l'intensità del suono con continuità esso verrà percepito come sempre più intenso fino a raggiungere una sensazione dolorosa: si dice che si raggiunge la *soglia del dolore*. Ciò avviene per un'intensità pari a $I_D = 1 \text{ W m}^{-2}$. Pertanto il nostro orecchio, in condizioni ottimali, a 1000 Hz, è in grado di coprire ben dodici ordini di grandezza di livelli sonori. È opportuno in questi casi esprimere la grandezza (intensità) in una scala logaritmica, a partire da un livello di riferimento convenzionale. La scelta più naturale è di riferire le intensità a I_0 , per cui la generica intensità viene espressa nella cosiddetta scala dei decibel:

$$I_{dB} = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (41)$$

Tale scala non fornisce una misura assoluta dell'intensità, ma solo relativa. La soglia di udibilità è pari a 0 dB, mentre la soglia del dolore risulta pari a 120 dB. In acustica architettonica la grandezza definita dalla (41) è detta livello di potenza acustica. Un suono che superi un altro di 10 dB ha quindi una potenza 10 volte maggiore; 3 dB in più corrispondono a un raddoppio della potenza sonora.

Dall'equazione (28):

$$I = \frac{(\Delta p)_{\max}^2}{2\rho_0 v} \quad (28)$$

che possiamo anche scrivere:

$$I = \frac{\langle p_0^2 \rangle}{\rho_0 v} \quad (42)$$

dove $\langle p_0^2 \rangle$ rappresenta il valore medio del quadrato della pressione, possiamo trovare i livelli di pressione (più correttamente: di variazioni di pressione) corrispondenti alla soglia di udibilità e alla soglia del dolore. Tenendo conto dei valori della densità dell'aria (1.225 kg m^{-3}) e della velocità del suono in aria (343 m s^{-1}), si trova:

$$p_{\min} = \sqrt{\langle p_0^2 \rangle} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \quad \text{per la soglia di udibilità}$$

$$p_{\max} = \sqrt{\langle p_0^2 \rangle} = 20.5 \text{ Pa} \quad \text{per la soglia del dolore}$$

Siccome gli strumenti di misura rispondono alla pressione piuttosto che all'intensità, si suole esprimere in decibel anche il livello di pressione sonora:

$$p_{dB} = 10 \log \frac{p^2}{p_{\min}^2} = 20 \log \frac{p}{p_{\min}} \quad (43)$$

Si noti che le scale (41) e (43) sono di fatto coincidenti. La tabella 1 fornisce esempi di livello sonoro relativi a diverse sorgenti.

Tabella 1 – Intensità acustica di vari suoni

Sorgente	Livello (dB)
Limite di udibilità	0
Respiro	10
Bisbiglio	20
Rumore di fondo notturno in città	30
Ufficio silenzioso	50
Conversazione tra 2 persone a 1 m	55
Ristorante affollato	65
Traffico cittadino diurno	70-80
Martello pneumatico	90
Metropolitana	100
Complesso rock in locale chiuso	110
Soglia del dolore	120
Jet al decollo (a 50 m)	130
Galleria del vento	150
Decollo del missile Saturno (a 50 m)	190
Massimo rumore prodotto in laboratorio	210

2.3 Fonometria

2.3.1. Le curve isofoniche e la scala dei phon

Studiamo ora la risposta dell'apparato uditivo a stimoli esterni sonori caratterizzati da un parametro oggettivo (intensità o pressione). Si tratta di ripetere l'esperimento relativo alle soglie di udibilità e del dolore ma su tutto l'intervallo di frequenze percepibili dall'orecchio. Si trova la curva rappresentata in figura 16. Si noti che la curva che fornisce la soglia di udibilità è fortemente

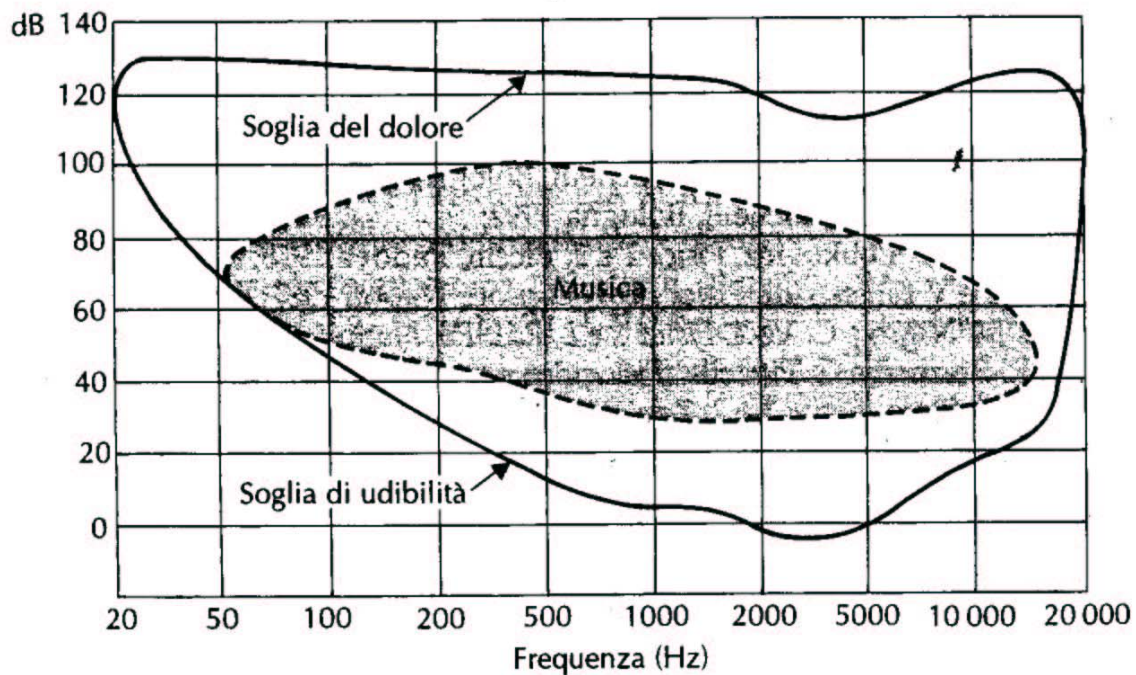


Figura 16 [4]

dipendente dalla frequenza: se a 1000 Hz la soglia di udibilità è ottenuta per intensità di 10^{-12} W m⁻² (0 dB), a 50 Hz tale soglia si trova a circa 50 dB, ossia sono necessarie intensità di 10^{-7} W m⁻² per cominciare a udire il suono. La soglia di udibilità produce valori abbastanza costanti solo per frequenze comprese tra 500 e 3000 Hz. Viceversa, la curva della soglia del dolore è molto meno dipendente dalla frequenza. Se il livello sonoro viene innalzato oltre la soglia del dolore si producono danni irreversibili all'orecchio.

Occorre ora ricavare, nel campo compreso tra le due soglie, delle 'curve di livello', corrispondenti cioè a uguale livello sonoro percepito: l'orecchio infatti può percepire come equivalenti suoni di diversa frequenza aventi intensità molto diverse. Si effettuano prove di ascolto/confronto fra due suoni di differente frequenza, uno dei quali è a frequenza fissa e pari a 1000 Hz e viene prodotto con una certa intensità (in dB); esso viene assunto come riferimento. L'altro suono viene emesso a una certa frequenza e ne viene variata l'intensità. Al gruppo di ascoltatori si chiede di valutare in corrispondenza di quale intensità del suono in esame gli stimoli sonori vengono percepiti come uguali. In tal modo si costruiscono delle *curve isofoniche*, corrispondenti cioè ad uguali percezioni di livello sonoro, per suoni *monocromatici*, al variare della frequenza (figura 17). Il livello sonoro

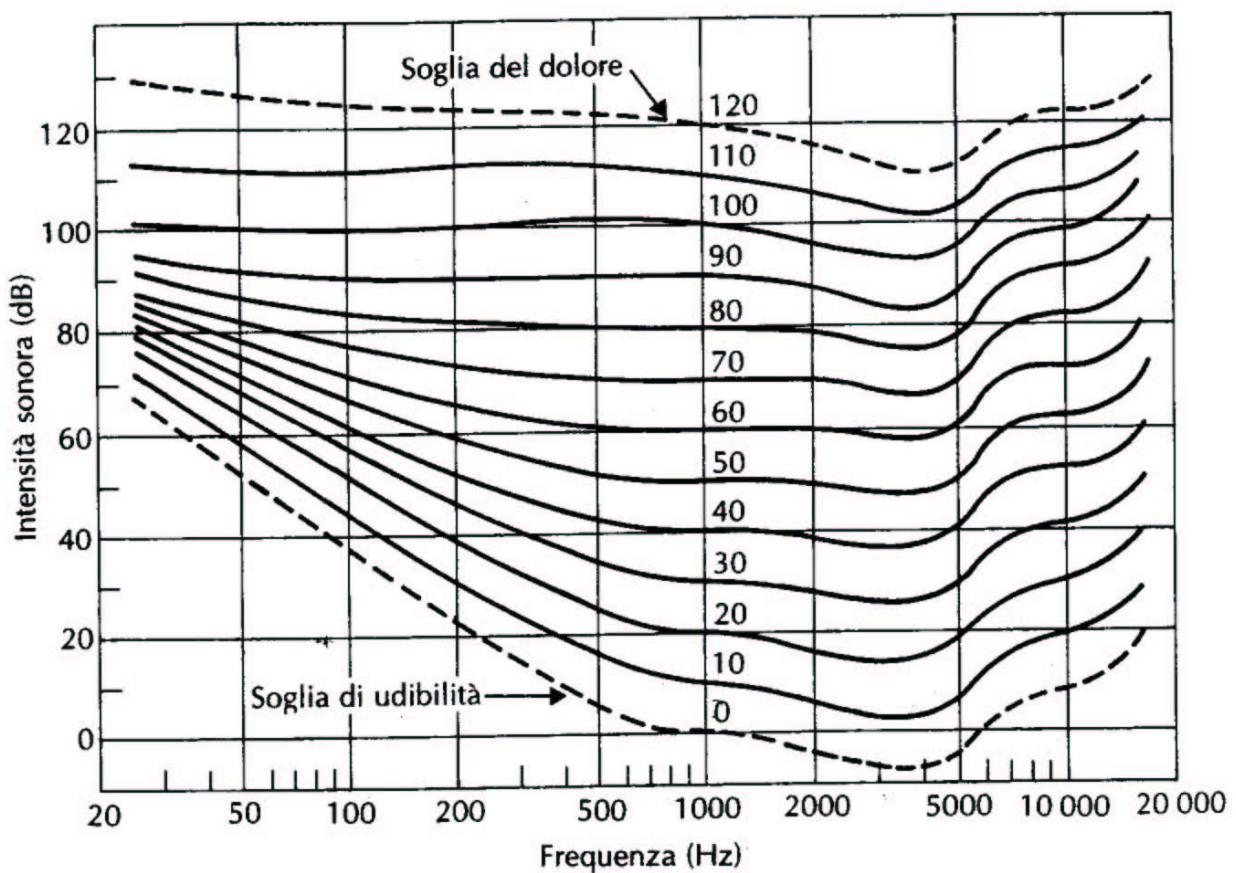


Figura 17 [5]

viene espresso in *phon*. In ordinata si pone l'effettivo livello di intensità sonora in dB. L'insieme delle curve isofoniche prende il nome di *audiogramma normale*. Se l'orecchio avesse la stessa sensibilità a tutte le frequenze, le curve isofoniche sarebbero delle linee orizzontali. La sensibilità dell'orecchio presenta un massimo attorno a 3800 Hz, per decadere ad alte e basse frequenze, ove in quest'ultimo caso la diminuzione è più marcata. Così, p.es. se a 4000 Hz una pressione sonora di 70 dB produce una percezione sonora di oltre 70 phon, a 40 Hz la stessa pressione sonora provoca una

percezione sonora di solo 35 phon, il che significa che un suono è percepito come circa 10000 volte più tenue.

Le curve isofoniche devono essere tenute presenti nella riproduzione elettronica del suono. Infatti, variando il volume di un amplificatore hi-fi si alterano i relativi livelli percepiti dai suoni. Ad es. se consideriamo un intervallo fonico da 30 a 100 phon, per coprirlo a 1000 Hz occorre una variazione di livello di potenza del segnale di 70 dB, mentre a 100 Hz bastano 45 dB e ancora meno a frequenze inferiori. Nella riproduzione elettronica del suono occorre tenere in conto di questa contrazione dell'intervallo dinamico del nostro orecchio. Altrimenti, una riduzione di volume sull'amplificatore comporterebbe una caduta sui 'bassi' molto più forte che sui suoni a frequenza elevata. Nei sistemi hi-fi questi squilibri possono essere compensati (in qualche misura) utilizzando il controllo denominato *loudness*, che tende ad aumentare l'amplificazione dei suoni ad alta frequenza ed ancor più per quelli a bassa frequenza. Naturalmente, siccome le curve isofoniche sono ottenute in base a una risposta dell'orecchio medio, tale compensazione può non risultare soddisfacente al singolo ascoltatore.

Si osservi che a rapporti tra livelli di suoni diversi espressi in phon non corrispondono analoghi rapporti di percezione sonora. P.es. mentre un suono di 70 dB è 10 volte più intenso di uno di 60 dB, un suono di 70 phon non sarà affatto 10 volte più intenso di uno di 60 phon (tranne il caso particolare di suoni a 1000 Hz).

Infine, va rilevato che l'audiogramma normale è costruito sulla base di suoni monocromatici, di frequenza ben definita (suoni puri). I suoni e i rumori usualmente percepiti sono d'altro canto suoni aventi uno spettro di frequenze (suoni *complessi*); per essi non si può utilizzare l'audiogramma normale. P.es. se il suono complesso viene scomposto in suoni puri e per ciascuno di essi si calcola il corrispondente livello in phon tramite l'audiogramma normale, se si combinano linearmente i risultati ottenuti per costruire il livello sonoro del suono complesso si ottengono risultati completamente in disaccordo con l'esperienza. Ciò significa che in questo campo non vale il principio di sovrapposizione degli effetti. I fenomeni in gioco sono molto complessi, alcuni meccanismi legati alla percezione uditiva non sono ancora del tutto noti, per cui il problema di una descrizione soddisfacente del livello sonoro percepito per suoni complessi e rumori non è a tutt'oggi completamente risolto.

2.3.2 Fonometri

Se rileviamo la pressione sonora con un microfono otteniamo una risposta oggettiva, che peraltro non è direttamente correlabile, come abbiamo visto, con la percezione del livello sonoro da parte del nostro sistema uditivo. Un *fonometro* è un misuratore di pressione sonora 'adattato' alla sensibilità dell'orecchio medio, fornita da una opportuna curva di calibrazione (la cosiddetta curva A, figura 18). Siccome l'audiogramma normale vale in pratica solo per suoni puri, di fatto la curva

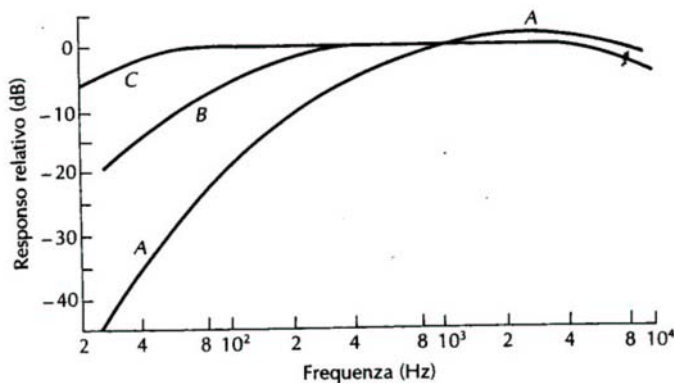


Figura 18 [5]

A è di scarsa utilità in presenza di suoni complessi (che sono la stragrande maggioranza) e viene usata quando si vogliono valutare gli effetti di disturbo di un rumore sui soggetti che lo subiscono (come vedremo più avanti). Si è infatti constatato empiricamente che la valutazione del livello sonoro secondo la curva A permette di classificare in modo abbastanza corretto i rumori secondo il fastidio che arrecano o il pericolo che rappresentano. La lettura effettuata secondo la curva A viene espressa per convenzione in dBA.

2.3.3 Effetti sul sistema uditivo di alte sonorità

Quando è esposto ad alte sonorità l'orecchio presenta un adattamento nel senso che la soglia di udibilità si alza. Questo effetto si protrae anche dopo la cessazione dello stimolo sonoro. Esperimenti effettuati in discoteca hanno mostrato che dopo un'esposizione di un'ora ad un livello sonoro di 110 dB l'innalzamento della soglia uditiva per un suono di 4000 Hz risulta di oltre 30 dB; l'effetto perdura a lungo, se si tiene conto che anche dopo un'ora l'innalzamento è pari a 10 dB.

Quando si espone l'orecchio a suoni improvvisi oltre la soglia del dolore (p.es. dell'ordine di 140 dB) si può avere la rottura del timpano. Tuttavia, occorre notare che ci sono altri tipi di danneggiamenti irreversibili, che si verificano in presenza di suoni improvvisi e ripetitivi, che colpiscono l'orecchio in modo sufficientemente rapido da impedire che si attui la protezione consistente nel riflesso di Stapedio. Un esempio tipico è costituito dai suoni percussivi di elevata intensità (tipicamente 110 dB) che accompagnano la musica da discoteca: gli attacchi avvengono in tempi dell'ordine di 10 ms, mentre il riflesso di Stapedio richiede circa 40 ms per attivarsi. Se sottoposte per tempi prolungati a tali eccitazioni sonore le terminazioni dell'organo del Corti si danneggiano fino all'inabilità; il risultato è una ridotta capacità uditiva per tutta la vita.

2.4 Materiali fonoassorbenti

I materiali fonoassorbenti più diffusi sono materiali porosi (lana di vetro, schiume poliuretaniche, etc.), con pori aventi dimensioni submillimetriche; p.es. per la lana di vetro il diametro medio dei pori è spesso compreso tra 2 e 5 μm . Il suono incidente su una superficie porosa vi penetra in buona parte e pone in vibrazione le molecole d'aria contenute nei pori. Viene dissipata energia per attrito sia per la viscosità dell'aria, sia per trasmissione di calore che si produce in seguito alle compressioni e rarefazioni dell'aria interna ai pori. I materiali presentano densità basse, tra 20 e 200 kg m^{-3} , e vengono spesso classificati in base alla porosità, parametro adimensionale definito come rapporto tra il volume d'aria compreso nei pori e il volume totale dello strato poroso. Si possono facilmente superare valori pari a 0.9. Siccome per quanto detto è importante che i pori risultino aperti, nella posa del materiale bisogna evitare di verniciarlo.

Esistono delle relazioni empiriche tra il coefficiente di assorbimento e la frequenza, per un dato spessore di materiale poroso: l'assorbimento sale con la frequenza per poi saturare a un valore costante (figura 19).

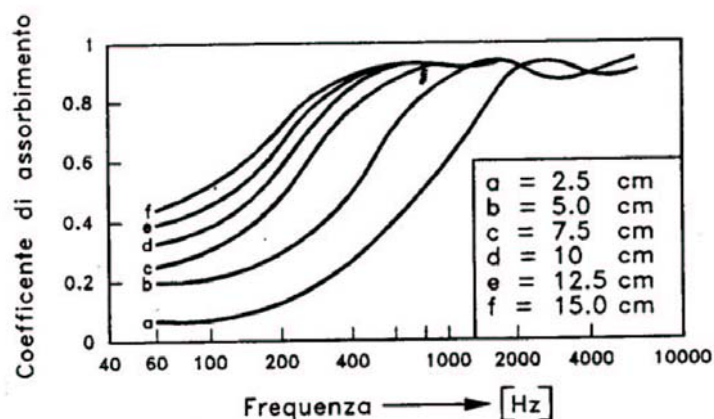


Figura 19 [5]

E' interessante notare che la frequenza per la quale si verifica tale saturazione corrisponde a una lunghezza d'onda pari a circa 4 – 8 volte lo spessore del materiale. Questo spiega perché spesso lo strato poroso viene applicato non direttamente alla parete, ma lasciando un'intercapedine d'aria pari a una distanza di $\frac{1}{4}$ della lunghezza d'onda del suono incidente: in questo caso l'ampiezza dell'onda acustica è massima e l'attenuazione equivale a quella prodotta da uno strato poroso avente spessore pari a quello dello strato effettivo più lo strato d'aria interposto.

I materiali porosi presentano bassi coefficienti di assorbimento per frequenze comprese tra 50 e 200 Hz; se si vuole ottenere un assorbimento elevato in questo campo di frequenze si può ricorrere ai pannelli vibranti; sono pannelli costituiti in genere da lastre di fibre di legno, posti a opportuna distanza d dalla parete. Il sistema, schematizzabile meccanicamente come una massa M (il pannello) collegata a un vincolo rigido (la parete) tramite una molla di costante elastica k (l'aria nell'intercapedine), presenta una frequenza propria: $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}}$. Con buona approssimazione vale la seguente formula:

$$\nu = 60 \sqrt{\frac{S}{Md}}$$

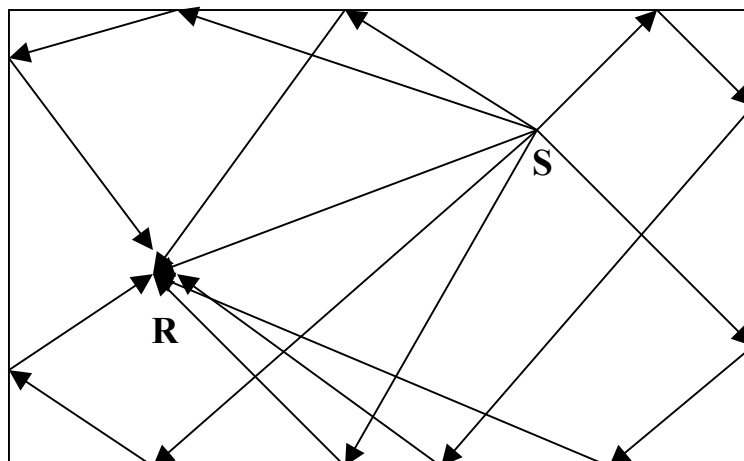
dove S è la superficie del pannello e tutte le grandezze sono espresse in unità del S.I. Dimensionando opportunamente i parametri si possono ottenere le frequenze di risonanza volute, in corrispondenza alle quali l'assorbimento risulterà massimo.

2.5 Acustica degli ambienti

2.5.1 Generalità

Il raggiungimento di condizioni acustiche ottimali per un ambiente chiuso è un problema complesso, in cui giocano un ruolo importante la forma dell'ambiente, il volume, il soffitto, le pareti, i materiali da costruzione, i drappaggi, il tipo di sedili. Inoltre le caratteristiche ottimali della sala dipendono dall'uso per la quale è destinata: il parlato, l'orchestra, l'opera, la musica da camera o l'organo richiedono soluzioni diverse, come pure diverse sono le condizioni da soddisfare per una sala di registrazione.

Un concetto fondamentale da tenere presente è quello della *riverberazione* del suono da parte dell'ambiente. Il suono che in un ambiente chiuso dalla sorgente S raggiunge l'ascoltatore R per via diretta è solo una frazione di quello percepito complessivamente; infatti, occorre considerare anche le onde sonore riflesse (una o più volte) dal pavimento, dal soffitto e dalle pareti (figura 20).



Il suono riverberato è dunque fondamentale per ambienti di grandi dimensioni: in questi i suoni diretti sarebbero udibili in generale solo in prossimità della sorgente; viceversa, in una buona sala musicale si percepisce in tutte le posizioni un suono abbastanza uniforme e proporzionale a quello generato.

Vediamo qualitativamente le conseguenze della presenza di suono riverberato sulla percezione sonora di un ascoltatore in un ambiente chiuso (figura 21). Una sorgente sonora S emetta un suono con una potenza W dall'istante t_i all'istante t_f . Nel punto di ascolto la densità di energia sonora

varia nel tempo: è nulla fino all'istante $t_i + \frac{d}{v}$ (d è la distanza sorgente-ascoltatore e v è la velocità del suono in aria), dopo di che subisce una discontinuità. A tempi successivi giungono i contributi del suono riflesso dalle pareti: la densità di energia si incrementa per salti, sempre più piccoli, finché si mantiene costante a un valore detto densità di energia sonora in regime stazionario.

All'istante $t_f + \frac{d}{v}$ il contributo del suono diretto cessa, la densità diminuisce in modo discontinuo ma non si porta a zero per via del suono riverberato: i vari contributi dovuti alle riflessioni multiple dalle pareti giungeranno a tempi diversi e determineranno un decadimento dell'energia (*coda sonora*).

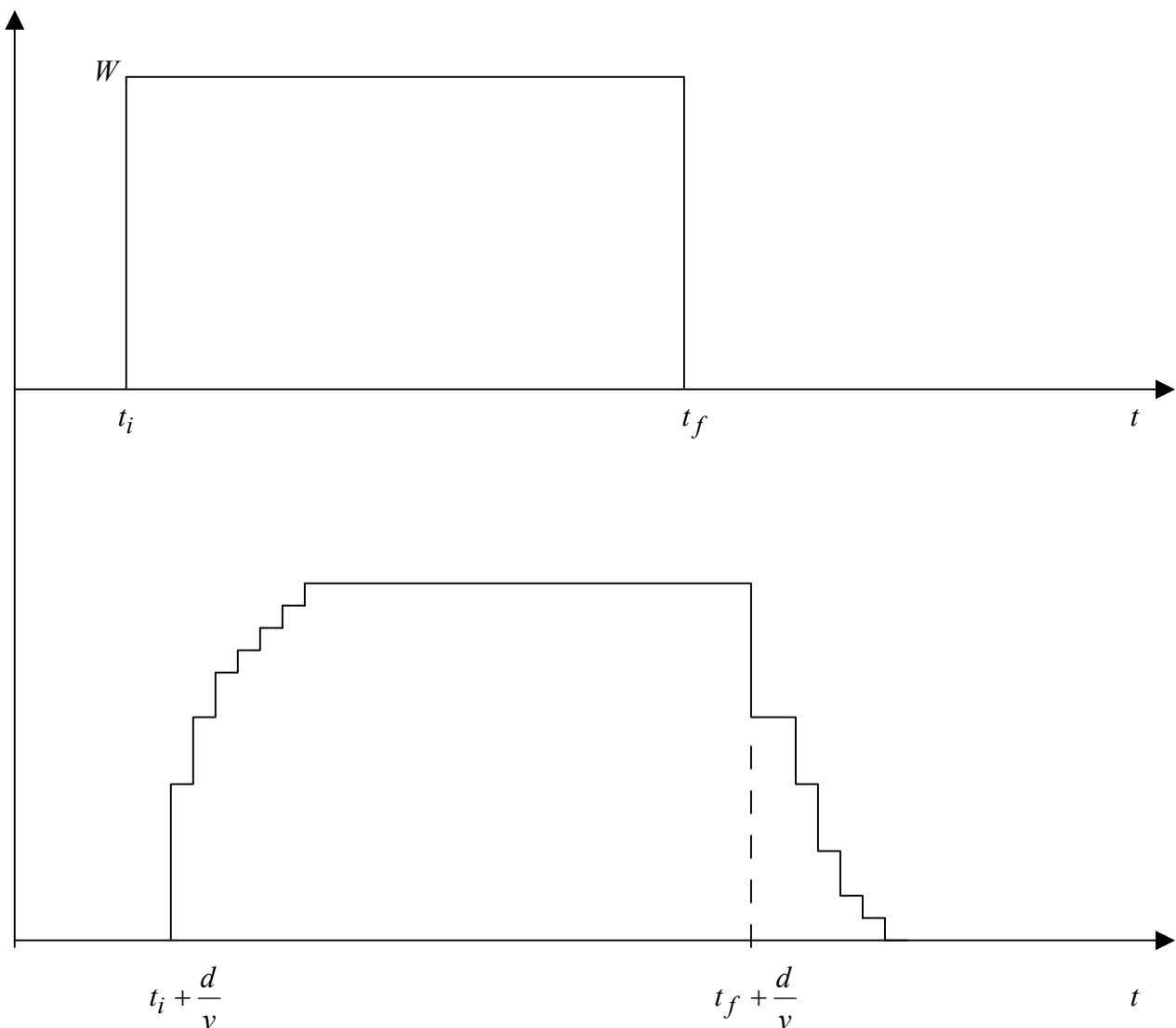


Figura 21

Il fenomeno reale è più complicato, ma la descrizione svolta consente di cogliere correttamente alcuni fatti salienti, il più importante dei quali è che la densità di energia sonora nei transitori (di attacco e di estinzione) si porta solo gradualmente al valore di regime o finale, e il valore di regime può essere *molto più elevato* del contributo dovuto al solo suono diretto. La riverberazione è in grado di produrre un notevole rinforzo del suono, come richiesto nell'ascolto della musica. Si noti anche che, se il transitorio di estinzione risulta abbastanza lungo, in una sala adibita al parlato le varie sillabe possono risultare poco intelligibili, venendo in parte mascherate dalla coda sonora delle sillabe precedenti, con fruizione non soddisfacente della parole. Possiamo dedurre quindi che la riverberazione può portare ad effetti utili ovvero dannosi; la progettazione della sala dovrà tenere conto della necessità di un rinforzo del suono con una corretta durata delle code sonore. Si intuisce per esempio che la durata ottimale della coda sonora sarà più breve nelle sale per conferenze che in quelle musicali.

Per caratterizzare quantitativamente la rapidità di estinzione del campo sonoro riverberato si introduce il *tempo di riverberazione* T_{60} , definito come il tempo necessario affinché la densità di energia sonora diminuisca di 60 dB a partire dal transitorio di estinzione. Sulla base di numerose indagini sperimentali Sabine propose la seguente formula:

$$T_{60} = 0.16 \frac{V}{A} \quad (44)$$

essendo V il volume della sala ed A è definito come segue:

$$A = \sum_i a_i S_i \quad (45)$$

S_i è la i -esima superficie caratterizzata da un *coefficiente di assorbimento* a_i . Spesso si pone:

$$A = a_m S \quad (46)$$

dove S è la superficie totale della sala e a_m è il coefficiente *medio* di assorbimento:

$$a_m = \frac{\sum_i a_i S_i}{\sum_i S_i} \quad (47)$$

Si noti che, se $a_m = 1$ (cioè il suono viene totalmente assorbito dalle pareti, come in una camera anecoica), la riverberazione è nulla; tuttavia, dalla (44) risulta $T_{60} \neq 0$. Per questo motivo Eyring corresse la formula di Sabine come segue:

$$T_{60} = 0.16 \frac{V}{-\ln(1 - a_m)S} \quad (48)$$

Si noti che se a_m è sufficientemente piccolo la (48) tende alla (44). Sebbene spesso usate, le formule di Sabine e di Eyring vanno prese come valutazioni di prima approssimazione, in quanto possono cadere in difetto, p.es. se le pareti hanno fattori di assorbimento molto differenti.

In un ambiente di notevoli dimensioni l'assorbimento dell'aria va tenuto presente, soprattutto alle alte frequenze. L'assorbimento dipende dalla temperatura e soprattutto dal grado di umidità. Se ne tiene conto con un termine proporzionale al volume della sala. La (48) viene così modificata:

$$T_{60} = 0.16 \frac{V}{-\ln(1 - a_m - \mu V)S} \quad (49)$$

dove per il coefficiente μ , in condizioni tipiche (temperatura 20°C, umidità 70%), si trova la seguente dipendenza empirica dalla frequenza ν :

$$\mu \cong 5 \cdot 10^{-6} \nu^{1.6} \quad (50)$$

Anche tale formula va considerata in stime di prima approssimazione, in quanto in un'analisi realistica occorre tenere conto di numerosi parametri. Per questo motivo oggi giorno le analisi si avvalgono sempre più spesso di simulazioni al computer.

Dalle precedenti considerazioni risulta che le condizioni di ascolto ottimali vengono ottenute in corrispondenza a tempi di riverberazione che devono risultare differenti a seconda della destinazione della sala: in genere per sale destinate all'ascolto del parlato i tempi di riverberazione sono più brevi rispetto a quelli relativi a sale destinate all'ascolto di musica (figura 22).

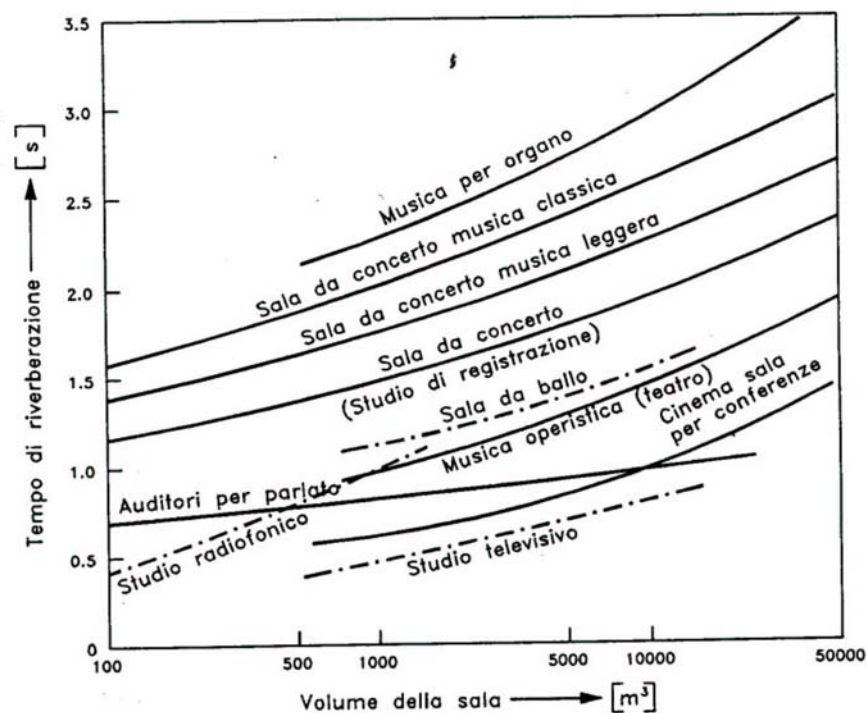


Figura 22 [5]

I valori più bassi di T_{60} si riscontrano in sale in cui il suono diretto risulta prevalente rispetto a quello riverberato (come in sale in cui è presente un sistema elettroacustico di diffusione sonora), mentre i valori ottimali più alti si hanno in chiese attrezzate con organi. In genere il valore ottimale di T_{60} per un dato tipo di destinazione cresce con il volume della sala.

2.5.2 Criteri di progettazione di una sala

Innanzitutto occorre che la struttura geometrica della sala sia impostata correttamente: infatti, un progetto male impostato non può essere praticamente più corretto in seguito. La forma della sala deve essere tale da *evitare focalizzazioni* del suono e l'instaurarsi di fenomeni di eco. Pareti riflettenti incurvate, ad es. sferiche o paraboliche, tendenti a concentrare l'energia sonora, sono estremamente dannose (figura 23). Se una superficie di questo genere è comunque presente nell'ambiente occorre cercare di rivestire la superficie concava con un *pannello sagomato* opportunamente, che introduca fenomeni di diffusione del suono.

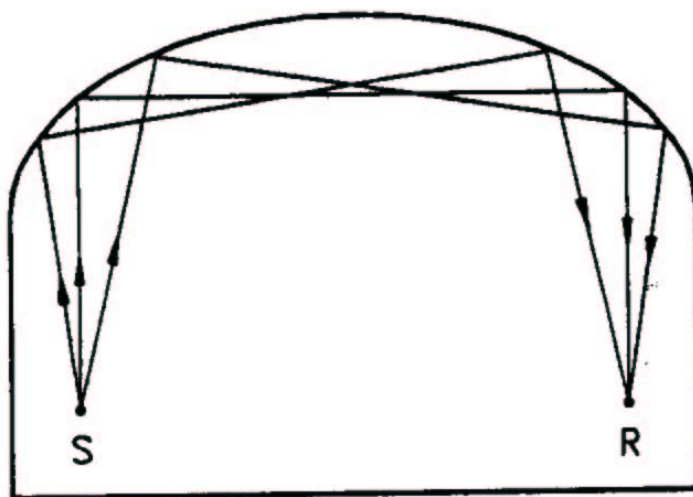


Figura 23 [5]

Un altro fenomeno inaccettabile è la presenza di un *eco*, generato tipicamente tramite una riflessione sufficientemente intensa rispetto al livello medio del campo riverberato e che perviene all'ascoltatore con un ritardo rispetto al suono diretto superiore a 100 ms. Infatti in queste condizioni il suono ritardato viene percepito come una ripetizione del suono diretto. Se si tiene conto della velocità del suono, si deduce che la differenza tra il cammino sonoro riflesso e quello diretto dev'essere superiore alla trentina di metri; ciò significa che il rischio di eco si ha solo in ambienti piuttosto grandi. In presenza di eco un possibile rimedio consiste anche in questo nel rivestire la parete riflettente con pannelli sagomati, in modo da instaurare fenomeni di diffusione del suono piuttosto che di riflessione; ovvero, nel ricoprirli con materiali fonoassorbenti.

Anche la *disposizione dei posti* è importante. Di solito le file di poltrone sono poste ad altezze differenti; oltre a guadagnare una buona visione in ogni punto della sala, ciò permette di evitare l'attenuazione del suono diretto da parte degli stessi spettatori. Dove non sia possibile disporre i posti secondo un piano inclinato, sarà bene porre la sorgente sonora più in alto rispetto alla platea, disposizione tipica delle sale cinematografiche. In questo caso le superficie della sala che costituiscono dei buoni riflettori (ad es. la parete alle spalle della sorgente, o il soffitto) non andranno rivestite di materiali fonoassorbenti. Il soffitto in particolare è di grande importanza: una sua opportuna geometria consente di realizzare delle riflessioni in grado di rinforzare significativamente il suono diretto anche in punti della sala lontani dalla sorgente (figura 24).

Per quanto riguarda i materiali fonoassorbenti, occorre prima di tutto sottoporre a trattamento al parete di fondo, nonché quelle zone del soffitto inadatte a fungere da riflettori per il suono che subisce la prima riflessione. Le altre superficie vanno trattate con materiali che favoriscano una buona diffusione del suono, a parte quelle zone che contribuiscono alle prime riflessioni poco

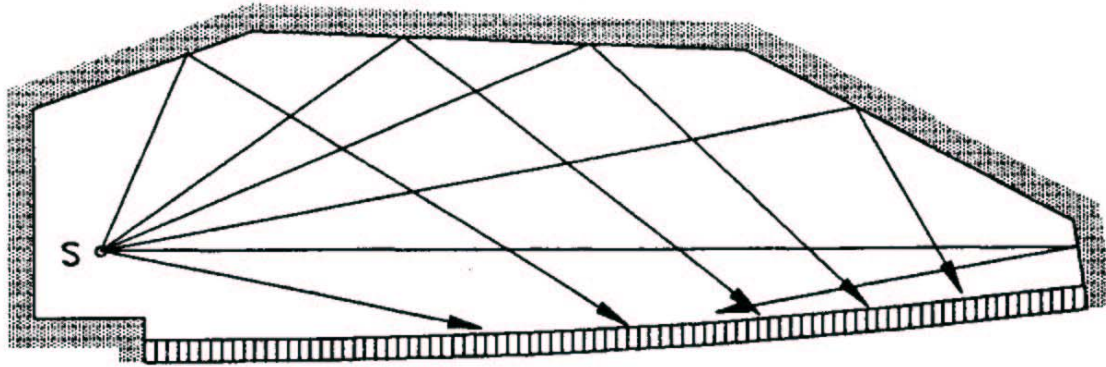


Figura 24 [5]

ritardate rispetto al suono diretto. Occorre poi tenere presente l'effetto di fonoassorbimento dovuto al *pubblico seduto* in aula, che non è trascurabile. Anche il tempo di riverberazione è influenzato dalla presenza o dall'assenza di spettatori. Pertanto, se viene richiesta un'elevata qualità acustica, occorre impiegare per la sala delle poltrone le quali presentino lo stesso assorbimento acustico, sia in presenza che in assenza dello spettatore, cosa che si ottiene imbottendo le poltrone di materiale fonoassorbente di sufficiente spessore. In caso di posto occupato l'assorbimento è dovuto alla persona, mentre in assenza di quest'ultima sarà il materiale costituente la poltrona ad assorbire in modo equivalente il suono. Ciò consente una riverberazione della sala indipendente da quanto pubblico è presente.

Il *livello sonoro* presente nella sala è importante; dev'essere di almeno 65 dB per assicurare una buona comprensione, in caso di sala adibita a parlato. Il suono diretto va rinforzato tramite opportuni riflettori, che però mantengano il ritardo del suono riflesso entro circa 30 ms. Se la sala è molto grande occorre un sistema di amplificazione. La tabella 2 indica il massimo volume della sala oltre il quale è richiesto un sistema di amplificazione, a seconda dell'uso per il quale è adibita.

Tabella 2 – Volume massimo V della sala oltre il quale è necessario un impianto di amplificazione

Sorgente sonora	V (m ³)
Speaker	2500 - 3000
Speaker professionale	5000 - 6000
Strumento solista	10000 - 12000
Orchestra	20000 - 25000

Infine, il suono non deve essere disturbato dalla presenza di rumori, sia interni che esterni alla sala. Si tenga presente che il rumore di fondo non deve superare i 35 dB. Pertanto, se la sala si trova in un luogo per il quale il rumore esterno raggiunge i 60 dB occorre progettare un isolamento acustico di almeno 25 dB.

I *teatri greci e romani* sono esempi di realizzazioni straordinarie di sale acustiche. Tra le caratteristiche comuni ai teatri all'aperto dell'antichità si possono ricordare: la presenza di un muro dietro agli attori, per riflettere il suono e attutire i rumori esterni; un palcoscenico largo e poco profondo, in modo da mantenere gli attori a una distanza abbastanza costante dagli spettatori; un pavimento (detto orchestra) molto duro e situato tra il palcoscenico e le gradinate, in grado di riflettere il suono quasi perfettamente, introducendo un ritardo molto contenuto tra suono diretto e riflesso; delle gradinate semicircolari con pendenze elevate (anche 30°), in modo da eliminare per gli spettatori delle ultime file l'attenuazione del suono dovuta agli spettatori antistanti; infine il peristilio, cioè un muro esterno che circondava la gradinata e attutiva i rumori di fondo.

Spesso tali teatri avevano una capienza di oltre 8000 posti; ciononostante fornivano un ottimo ascolto da qualunque posizione utilizzando in pratica una sola riflessione: quella dell'orchestra. Non avevano sistemi di amplificazione (e non erano stati progettati al computer!). Nel teatro greco di Epidauro si ode distintamente, stando in fondo alla gradinata, l'accensione di un fiammifero sul palcoscenico.

2.5.3 Acustica di piccoli ambienti

Nei locali d'ascolto domestici le dimensioni della sala sono cruciali nel generare risonanze, presenti soprattutto in pareti parallele e ben riflettenti (vetro e ceramica riflettono molto di più del legno e del muro intonacato). Quando un tragitto chiuso del locale è multiplo di una delle lunghezze d'onda che formano il suono si ha una *risonanza*. Se indichiamo con a, b, c le tre dimensioni della stanza possiamo generalizzare la (37), valida per un sistema monodimensionale, come segue:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{n_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_3}{c}\right)^2}$$

o anche in termini della frequenza:

$$\nu = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{n_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_3}{c}\right)^2}$$

essendo al solito $v = 343$ m/s la velocità del suono; n_1, n_2, n_3 sono tre numeri interi qualunque, anche nulli. P.es. nel caso di un locale a pavimento rettangolare, con $a = 5$ m, $b = 4$ m, soffitto $c = 3$ m, abbiamo le seguenti frequenze di risonanza:

n_1	n_2	n_3	ν (Hz)
1	0	0	34.3
0	1	0	42.9
0	0	1	57.2
1	1	0	54.9
1	0	1	66.7
0	1	1	71.5
1	1	1	79.3
2	0	0	68.6
0	2	0	85.8
0	0	2	114.3

Si noti che gli ultimi 3 modi in tabella sono le seconde armoniche dei primi 3. La presenza di molti modi sotto i 100 Hz fa sì che parlando nel locale vuoto si percepisca un rimbombo, che viene eliminato semplicemente inserendo mobili, tende, tappeti e quadri alle pareti. Nei locali di piccole dimensioni le frequenze di risonanza si addensano entro i primi 500 Hz, una zona 'coltivata' nei vari generi musicali, per cui il migliore ascolto si ottiene in soggiorni di dimensioni adeguate.

Per quanto riguarda il tempo di riverberazione, è intuitivo che sia del tutto trascurabile: tramite la formula di Sabine (44), calcoliamo per la stanza precedente, che ha un volume $V = 60$ m³ e una superficie di 94 m², un tempo $T_{60} = 0.41$ s, del tutto trascurabile. Si è assunto un valore $a_m = 0.25$.

2.5.4 Camere acustiche speciali

Due strutture particolari, importanti a scopi di studio, sono la camera *anecoica* e la camera *riverberante*.

Nella camera anecoica si vogliono ottenere condizioni quanto più prossime a un'assenza di riverberazione; ciò può ottenersi usando per le pareti materiali il più assorbenti possibili, in modo da minimizzare le riflessioni. Occorrono spessori elevati di materiale fonoassorbente per garantire assorbimento ottimale anche a frequenze basse; ciò produce uno spazio ridotto internamente alla camera rispetto al suo volume esterno. Le condizioni di campo libero si realizzano comunque in una zona limitata della camera, in quanto il coefficiente di assorbimento non è mai perfettamente unitario. Per questo motivo la distanza tra sorgente e microfono è anch'essa modesta, non superando di solito i 2 m. Le condizioni di campo libero sono ottenute, per convenzione, quando l'errore dovuto a riflessioni è inferiore a 1dB su tutta la banda di frequenze interessate.

In questa camera vengono studiate le caratteristiche di sorgenti sonore e rivelatori quali microfoni, in particolare la risposta in frequenza o la distorsione armonica, con modalità di misura regolate da precisa normativa. Un altro uso consiste nello studio di modelli della sala o dell'auditorio da realizzare, utilizzando suoni anch'essi scalati in frequenza, in modo da ottenere la distribuzione spettrale del suono o il tempo di riverberazione. Al giorno d'oggi questo utilizzo tende ad essere sostituito da simulazioni al computer con opportuni programmi.

La camera riverberante, al contrario, è costruita in modo da produrre un coefficiente di riflessione per quanto possibile unitario; inoltre, occorre evitare la produzione di modi normali della camera. Per questo motivo le pareti opposte non sono esattamente parallele tra loro. Si ottiene in definitiva un tempo di riverberazione molto lungo. Tale camera viene impiegata per misurare la sonorità di uno strumento o la potenza acustica di una sorgente. L'utilizzo principale di una camera riverberante, tuttavia, consiste nella misura del coefficiente di assorbimento dei materiali. Immaginiamo di misurare il tempo di riverberazione della camera, dato dalla formula di Sabine:

$$T_{60}^{(0)} = 0.16 \frac{V}{A} \quad (44)$$

dove, come abbiamo visto:

$$A = a_m S \quad (46)$$

essendo S la superficie totale della camera riverberante. Se ora poniamo nella camera un pannello del materiale di cui vogliamo misurare il coefficiente di assorbimento a_x , il tempo di riverberazione cambia:

$$T_{60}^{(1)} = 0.16 \frac{V}{A_1}$$

dove:

$$A_1 = A - a_m S_1 + a_x S_1$$

avendo indicato con S_1 la superficie del materiale in prova. In pratica una parte della superficie della camera, pari ad S_1 , cambia il suo coefficiente da a_m ad a_x . La misura dei due tempi di

riverberazione, insieme alla conoscenza dei parametri della camera a_m , S e V consente di ottenere a_x :

$$a_x = a_m + 0.16 \frac{V}{S_1} \left(\frac{1}{T_{60}^{(1)}} - \frac{1}{T_{60}^{(0)}} \right) \quad (51)$$

Sia la camera anecoica che quella riverberante sono costruite in materiali che favoriscano l'isolamento acustico rispetto all'esterno (tipicamente calcestruzzo) e vengono poggiate su un basamento rigido tramite supporti elastici, in modo da attenuare le vibrazioni di bassa frequenza trasmesse dal suolo.

2.6 Barriere acustiche

Una barriera acustica è una superficie di dimensioni grandi rispetto alla lunghezza d'onda del suono che viene interposta tra sorgente e ricevitore al fine di attenuarne l'intensità in ricezione. A parte ostacoli naturali, di solito si costruiscono dei muri sottili per limitare il rumore. Affinchè la barriera sia efficace occorre che siano assenti aperture o fessure che consentirebbero una via diretta di propagazione del suono. Se, come di solito succede, la barriera è molto lunga della sua altezza, il suono giunge al ricevitore praticamente per diffrazione prodotta dal bordo superiore della barriera (vedasi la figura 10). L'attenuazione risultante A_R è data dall'attenuazione dovuta alla diffrazione A_D a cui occorre sottrarre la perdita di attenuazione prodotta dal suolo; questa è pari alla differenza tra l'attenuazione del suolo in assenza della barriera A_S e quella in presenza della barriera A_B :

$$A_R = A_D - (A_S - A_B) \quad (52)$$

Infatti, si può dimostrare che la presenza di una barriera riduce l'attenuazione del suono dovuta al terreno, ciò giustifica la presenza del termine $A_S - A_B$ nella (52), termine che viene valutato con formule empiriche.

La valutazione del termine A_D è molto complicata, in quanto richiede di applicare la teoria della diffrazione nella formulazione di Fresnel; si ricorre pertanto a relazioni approssimate che forniscono risultati precisi e facilmente applicabili a situazioni concrete. Si utilizza il cosiddetto *numero di Fresnel*, che è un parametro *adimensionale* che lega la lunghezza d'onda del suono alla geometria sorgente – barriera – ricevitore. Risulta:

$$N = \frac{2(d_{SB} + d_{BR} - s_{SB} - s_{BR})}{\lambda} \cong \frac{a_{eff}^2}{\lambda} \left(\frac{1}{s_{SB}} + \frac{1}{s_{BR}} \right) \quad (53)$$

dove: d_{SB} è la distanza sorgente – sommità della barriera, d_{BR} è la distanza sommità della barriera – ricevitore, $s_{SB} + s_{BR}$ è la distanza in linea retta tra sorgente S e ricevitore R; il punto di contatto dei due segmenti definisce il segmento a_{eff} , normale alla congiungente sorgente – ricevitore e che termina alla sommità della barriera (figura 25).

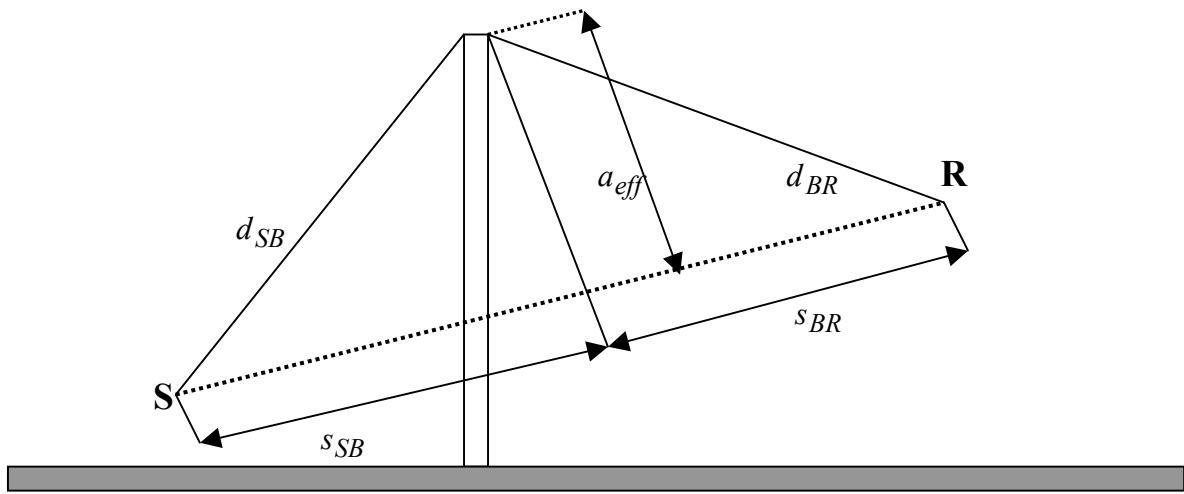


Figura 25

La relazione tra numero di Fresnel e attenuazione dovuta a diffrazione è la seguente:

$$A_D = 20c' \log \frac{\sqrt{2\pi N}}{\tanh(c''\sqrt{2\pi N})} + 5 \quad (54)$$

ovvero:

$$A_D = 20 \log \frac{\sqrt{2\pi N}}{\tanh(\sqrt{2\pi N})} + 5 \quad (55)$$

a seconda che si sia all'interno ovvero all'esterno della zona d'ombra. I coefficienti c' e c'' che compaiono nella (54) dipendono dalla geometria della sorgente. Nel caso di sorgente puntiforme essi sono entrambi unitari.

L'attenuazione aumenta all'aumentare di a_{eff} , cioè dell'altezza della barriera e quanto più la barriera è prossima alla sorgente ovvero al ricevitore.

2.7 Il disturbo da rumore

2.7.1 Generalità

L'inquinamento ambientale ha raggiunto nelle città dei paesi industrializzati livelli preoccupanti per la salute, soprattutto a causa dei rumori dovuti al traffico stradale, al traffico aereo in vicinanza degli aeroporti e ai macchinari in fabbriche ed uffici. Occorre notare che se il rumore 'naturale' (dovuto ad es. a vento o corsi d'acqua) produce comunque adattamento biologico, non c'è adattamento al rumore di origine antropica. Alcuni studi scientifici affermano che il rumore dovuto ad attività umane produce invecchiamento precoce nel 30% delle persone.

Ai fini di una classificazione non c'è una distinzione automatica tra suono e rumore: una sinfonia di Beethoven può risultare fastidiosa se disturba il sonno, mentre il rumore prodotto da una Ferrari può riuscire gradito a un appassionato di motori. Stabiliamo quindi di riferirci a 'rumore' come a qualunque stimolo sonoro che, in un dato momento, produce una sensazione fastidiosa ovvero disturba una specifica attività. A partire dall'800 sono stati proposti numerosi criteri per la valutazione del rumore; tuttavia, nessuno di essi si è dimostrato completamente soddisfacente in tutte le situazioni, il che impedisce di affrontare tale valutazione in modo univoco. Pertanto, l'analisi del rumore può essere quantificata tramite differenti indici che consentono di fissare delle soglie di tollerabilità. Nel seguito sono indicati alcuni degli indici di uso più frequente.

2.7.2 Il livello sonoro ponderato A

Come abbiamo già osservato esiste una correlazione tra il livello di rumore espresso in dBA (cioè tramite la curva di ponderazione) e il disturbo soggettivo ad esso associato. L'uso della curva di ponderazione A (figura 18) è pertanto molto diffuso, soprattutto per rumori di tipo *stazionario*, cioè

che rimangono abbastanza costanti su un determinato intervallo di tempo; non risulta soddisfacente per rumori di tipo *impulsivo* o caratterizzati da una definita banda di frequenze. In questi casi la curva viene empiricamente corretta innalzandola di diversi dB per tenere conto del maggiore disturbo arrecato. I limiti di tollerabilità sono fissati da precise normative che tengono conto della origine del rumore (rumore stradale, rumore industriale, etc.).

2.7.3 Il livello equivalente continuo

Quando il rumore non è stazionario si utilizza il livello equivalente continuo L_{EC} , definito come il livello stazionario che produce nello stesso intervallo di tempo di osservazione T la stessa energia (per unità di superficie) del livello variabile sotto analisi. In formule:

$$L_{EC} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{I(t)}{I_0} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{p(t)}{p_0} \right)^2 dt \quad (56)$$

L'indice L_{EC} si usa soprattutto per la valutazione di rumori *casuali* tipo quello prodotto dal traffico, o per la valutazione negli ambienti lavorativi; è molto utile nella pratica in quanto può essere misurato mediante microfoni collegati ad opportuni circuiti integratori.

Spesso risulta importante caratterizzare il rumore non stazionario tramite una curva di distribuzione, piuttosto che attraverso la conoscenza del solo valor medio del livello di rumore. Questa curva può rilevarsi sperimentalmente tramite appositi strumenti, ovvero, più economicamente effettuando un'analisi al computer del livello di rumore misurato istante per istante. La distribuzione più utilizzata è la *curva cumulativa* (figura 26), avente in ascissa il livello di rumore in dBA e in ordinata la percentuale di tempo in cui un dato livello di rumore è stato superato; essa permette di leggere immediatamente il valore del livello di rumore superato per una data percentuale di tempo. Di solito si individuano i livelli L_{10} , L_{50} ed L_{90} corrispondenti ai valori del livello di rumore superato per il 10%, 50% e 90% del tempo. Si considera L_{90} come il livello di rumore di fondo, mentre L_{10} rappresenta gli eventi più rumorosi.

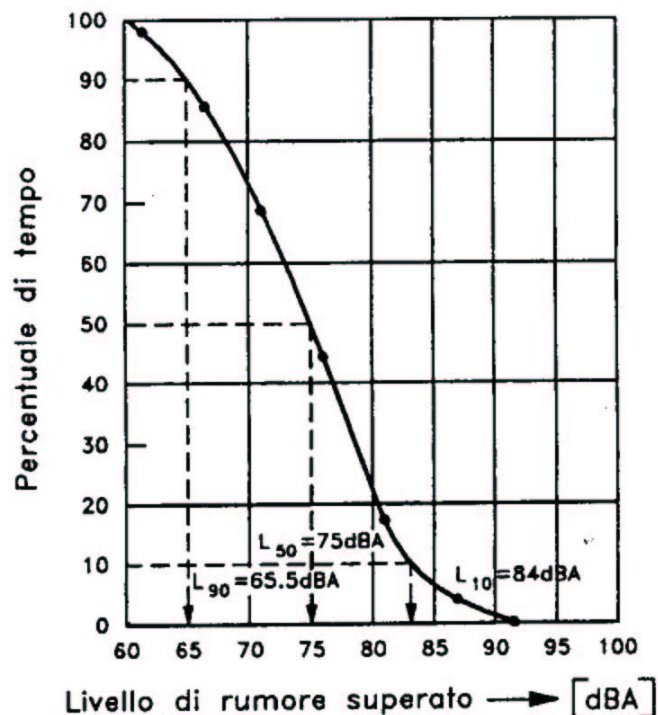


Figura 26 [5]

2.7.4 Limiti di tollerabilità

Per quanto riguarda il *traffico stradale*, che fornisce forse il contributo maggiore alla rumorosità degli ambienti cittadini, i valori di L_{EC} vengono riportati su mappe urbane ai fini di una pianificazione territoriale. Piuttosto che ricavare questi valori sperimentalmente, con procedure alquanto costose, si tende oggi ad ottenerli come risultato di simulazioni che partono da valori noti del traffico (numero medio di veicoli per ora e loro velocità media) come pure da parametri stradali (larghezza della carreggiata, sua pendenza) e territoriali (presenza di costruzioni o di suolo ai bordi della strada) e sono in grado di fornire il risultato con buona approssimazione (entro alcuni dBA). Le mappe vengono utilizzate anche per prevedere valori di inquinamento acustico ai fini di una migliore organizzazione del traffico, in modo p.es. di dirottarlo in parte verso zone più tranquille per decongestionare zone limitrofe disturbate da elevati livelli di rumorosità. Ciò consente di equilibrare l'inquinamento acustico in una data area urbana rimanendo sempre sotto i limiti di tollerabilità.

I limiti di tollerabilità sono differenti se riferiti al periodo diurno (dalle 6 alle 22) ovvero a quello notturno e variano secondo la tabella seguente:

Classi territoriali	L_{EC} diurno	L_{EC} notturno
I – aree protette (ospedali, scuole)	50	40
II – aree residenziali	55	45
III – aree miste	60	50
IV – aree di attività umana intensa	65	55
V – aree prevalentemente industriali	70	60
VI – aree industriali	70	70

Per quanto riguarda il *rumore negli ambienti di lavoro*, è accertato che esposizioni prolungate a rumori di elevata intensità provocano un sicuro danno alla salute. Ai fini di una protezione acustica adeguata, la migliore misura è quella di ridurre il rumore alla sorgente, se possibile; quando ciò non possa effettuarsi, occorre intervenire sulle vie di trasmissione del suono con ingabbiamenti della sorgente o l'uso di schermi. Anche interventi sulle pareti possono migliorare la qualità acustica dell'ambiente. Come *extrema ratio* si ricorre a protezioni acustiche del lavoratore (caschi insonorizzati, paraorecchie).

Come limite di tollerabilità ci si riferisce al livello equivalente, valutato per una permanenza sul luogo di lavoro per un periodo di 8 ore per 5 giorni lavorativi alla settimana. Non devono essere superati gli 80 dBA; in questo caso la diminuzione incrementale di udito oltre quella naturale dovuta a invecchiamento è nulla anche dopo 40 anni di lavoro. Per un confronto si tenga presente che con un livello equivalente di 85 dBA, dopo 20 anni di esposizione si ha una probabilità di perdita di udito per esposizione al rumore del 6%, percentuale che passa al 16% se il livello equivalente è di 90 dBA. Inoltre, un'esposizione anche di breve durata a rumori superiori a 130 dBA comporta danni irreversibili all'organo del Corti, mentre livelli sonori di 150-160 dB portano facilmente alla rottura del timpano. Per questo motivo il livello massimo di rumore che può essere raggiunto durante la giornata lavorativa in condizioni ordinarie non deve assolutamente superare i 120 dB, livello che viene innalzato a 140 dB nel caso di rumori impulsivi o esplosivi.

Bibliografia

Testi di introduzione generale all'acustica fisica:

- [1] M. Alonso, E. Finn, Elementi di Fisica per l'Università, vol II (Masson Italia, Milano, 1984), cap. 10
- [2] P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci, Fisica, vol. II (EdiSES, Napoli, 1998), cap. 12
- [3] D. Sette, Lezioni di Fisica, vol. I (Veschi, Roma, 1963), capp. 9 e 10

Testi che trattano applicazioni varie dell'acustica:

- [4] A. Frova, Fisica nella musica (Zanichelli, Bologna, 1999)
- [5] G. Moncada Lo Giudice, S. Santoboni, Acustica (Casa Editrice Ambrosiana, Milano, 2000)

Testi avanzati, che presuppongono una buona conoscenza di argomenti vari di fisica e sono ricchi di applicazioni:

- [6] G. Spagnolo (a cura di), Manuale di Acustica (UTET, Milano, 2001)
- [7] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A.B. Coppens, J. V. Sanders, Fundamentals of Acoustics (Wiley, New York, 2000)

Per quanto riguarda il legame tra percezioni sonore ed elaborazioni da parte del cervello, si segnala:

- [8] T. Pritchard, K. D. Alloway, Neuroscienze mediche (Zanichelli, Bologna, 2002), cap. 7